

# СИЛЬНО НЕЛИНЕЙНЫЙ ЭФФЕКТ ХОЛЛА В МАКРОСКОПИЧЕСКИ НЕОДНОРОДНОЙ ДВУМЕРНОЙ СИСТЕМЕ

*A. V. Шуплецов<sup>a\*</sup>, M. C. Нурутаров<sup>b</sup>, K. E. Приходько<sup>c,d</sup>, A. Ю. Кунцевич<sup>a</sup>*

<sup>a</sup> Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук  
119991, Москва, Россия

<sup>b</sup> Лаборатория кьюмодуль  
125493, Москва, Россия

<sup>c</sup> Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт»  
123182, Москва, Россия

<sup>d</sup> Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
115409, Москва, Россия

Поступила в редакцию 21 ноября 2023 г.,  
после переработки 21 ноября 2023 г.  
Принята к публикации 23 ноября 2023 г.

Экспериментально исследуются низкотемпературные проводящие свойства пространственно-модулированного двумерного газа в структуре металл–оксид–полупроводник (кремний) с двумя затворами, независимо управляющими концентрацией в двумерном газе и периодическом массиве круглых островков. Показано, что исследуемая система представляет собой перестраиваемый двумерный метаматериал с диффузным транспортом и макроскопической модуляцией. Выявлено несколько эффектов в зависимостях коэффициента Холла данного метаматериала от магнитного поля и напряжений на затворах, а также в осцилляциях Шубникова–де Гааза. В умеренных магнитных полях порядка 1 Тл концентрация носителей, полученная из эффекта Холла, демонстрирует, казалось бы, нелогичное немонотонное поведение в зависимости от напряжения на затворе. Это поведение, однако, может быть качественно описано с помощью теории среднего поля для эффективной среды. В малых магнитных полях возникает сильнейшая неожиданная нелинейность магнитополевой зависимости эффекта Холла, зависящая от температуры и напряжений на затворах, которая не может быть описана теорией эффективной среды в методе среднего поля. Мы считаем, что этот эффект может быть связан с явлением слабой локализации и вызван перераспределением тока в неоднородной среде. В квантованном магнитном поле наблюдается необычное расщепление минимума удельного сопротивления Шубникова–де Гааза. Приведенные результаты должны стимулировать дальнейшие исследования перестраиваемых модулированных двумерных систем.

DOI: 10.31857/S0044451024040114

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Пространственно-модулированные двумерные метаматериалы интересны как с точки зрения наблюдения новых физических явлений, так и с точки зрения приложений. Начиная с 1990-х годов прово-

дились обширные экспериментальные исследования проводящих свойств двумерных (2D) систем с предварительно созданными вырезами (антиточками), охватывающие такие аспекты, как баллистический транспорт [1–3], нарушения симметрии [4], переходы локализация–делокализация [5–9], мезоскопические эффекты [10–12]. Помимо массива пустот, в двумерном газе можно сформировать периодическую двумерную структуру из двух типов областей с различными свойствами: например, сверхпроводящие островки, окруженные двумер-

\* E-mail: husderbec@mail.ru

ной системой [13], или поверхность трехмерного топологического изолятора с небольшой модуляцией беспорядка [14]. С развитием технологии двумерных материалов появилась возможность создания двумерных сверхрешеток с муаровской модуляцией, где естественным образом формируется идеальная модуляция свойств на нанометровом масштабе [15–17].

Принято считать, что периодичность модуляции имеет значение только в том случае, если период сверхрешетки меньше масштабов длии рассеяния. Лишь в нескольких экспериментах исследовались транспортные свойства систем, в которых длины рассеяния меньше периода модуляции [6, 18].

В нашей статье мы исследуем низкотемпературные проводящие свойства и, в частности, эффект Холла, в неупорядоченной, но еще не изолирующей двумерной системе, макроскопически модулированной квадратной решеткой круглых островков. Мы показываем, что низкотемпературный магнитотранспорт в такой системе довольно необычен и демонстрирует новые эффекты.

Для однородной (не модулированной) системы эффект Холла не должен зависеть от геометрии образца в рамках классической теории транспорта. Это означает, что пустоты внутри двумерной системы не должны изменять холловское напряжение при фиксированном полном токе через образец. С экспериментальной точки зрения эффект Холла в двумерных системах с пустотами был изучен в различных режимах в работах [18–20]. Во всех случаях были обнаружены отклонения от классического поведения. Зависимость от поля возникала либо из-за квантовых эффектов, либо из-за появления дополнительных масштабов длины.

Если вместо пустот окажется двумерный газ, то очевидно, что транспортные свойства еще обогатятся. Наивно можно считать, что величина эффекта Холла двухкомпонентной модулированной системы должна находиться между величинами эффектов Холла подсистем (двумерного газа в однородной матрице и двумерного газа в материале островков). Это представление соответствует теоретическим предсказаниям [21–25]. Резкой зависимости коэффициента Холла от магнитного поля не ожидается.

Чтобы проверить роль макроскопической модуляции, мы взяли наиболее исследованную на сегодняшний день 2D-систему: кремниевую структуру металл–оксид–полупроводник (МОП) с электронным 2D-газом в инверсионном канале. Две подсистемы — массив островков и остальной 2D-

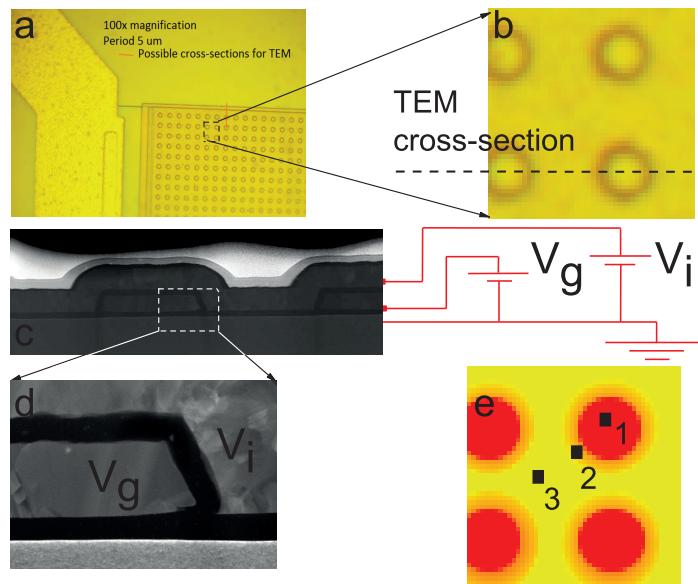
газ — независимо управляются пространственно-разделенными электродами затвора. Эта система чем-то похожа на гранулированные материалы, активно изучавшиеся в 1960–1970 годы [26]. Тем не менее, данный массив островков имеет ряд отличий от гранулированных систем: система полностью двумерная и обладает возможностью подстройки как островков, так и окружающего газа; система периодическая, т. е. отсутствует фактор случайности в расположении островков; отсутствуют резкие границы между окружающим газом и островками из-за электростатической природы затвора.

Мы показываем, что в фиксированном магнитном поле порядка 1 Тл при гелиевых температурах эффект Холла массива таких островков может быть хорошо описан в рамках теории эффективной среды для двухкомпонентной системы. В меньшем магнитном поле наблюдается сильная нелинейность эффекта Холла, т. е. зависящий от поля коэффициент Холла. Эта нелинейность уменьшается с повышением температуры и является немонотонной функцией напряжений на затворах. Мы связываем данное поведение с эффектом слабой локализации (СЛ) и качественно описываем его с помощью простых соображений о перераспределении тока.

## 2. ОБРАЗЦЫ

Мы использовали кремниевые МОП-структуры с литографически созданным массивом островков (МО). Напряжения, приложенные к двум электрически-развязанным затворным электродам, независимо управляют электронной концентрацией в островках ( $V_i$ ) и в окружающем двумерном газе (ОГ) ( $V_g$ ). На панелях  $a$ ,  $b$  на рис. 1 показаны фотографии образца. МО имеет форму мостика Холла с пространственными размерами  $0.4 \text{ мм} \times 0.4 \text{ мм}$ , диаметром островков  $2.5 \text{ мкм}$  и периодом  $d = 5 \text{ мкм}$ . Таким образом, транспорт между островками является диффузным ( $l \ll d$ , где длина свободного пробега  $l \sim 50 \text{ нм}$  в образцах с наибольшей подвижностью при гелиевых температурах), а возможные когерентные эффекты пренебрежимо малы ( $l_\phi < d$ , где длина когерентности  $l_\phi < 500 \text{ нм}$  в изучаемом температурном диапазоне).

Изображения сечения структуры были получены с помощью просвечивающего электронного микроскопа (ПЭМ) FEI «Titan 80-300» при энергии электронов 200 кэВ (см. рис. 1 с и д). Тонкая пластинка для ПЭМ-исследований была вырезана из области поверхности с помощью фокусированного ионного пучка FEI Helios NanoLab 650. Разрез был сделан



**Рис. 1.** *a* — Изображение угла МО в оптическом микроскопе (100-кратное увеличение); *b* — увеличение (*a*), показывающее направление среза ПЭМ; *c* — ПЭМ-изображение со схемой подключения затворов; *d* — увеличение (*c*), показывающее затворы островков (справа) и ОГ (слева); *e* — схематическая карта модулированной системы с цветовой индикацией (красный (1) для островков, оранжевый (2) для оболочки, желтый (3) для ОГ)

вдоль стороны квадратного образца по диаметрам островков (показан штриховой линией на панели *b* рис. 1).

На рис. 1 *c* и *d* показан профиль образца в направлении, перпендикулярном плоскости двумерного газа. Нижний серый слой представляет собой кристаллическую (001) подложку Si; темный цвет соответствует  $\text{SiO}_2$ . Исследуемый двумерный газ образуется на границе раздела между подложкой Si и оксидным слоем. Затворы изготовлены из поликристаллического сильно легированного Si (серые области над  $\text{SiO}_2$ ). Слой, обозначенный как  $V_g$ , является затвором ОГ и имеет форму сита, как показано желтым цветом на рис. 1 *e*. Этот электрод покрыт другим слоем  $\text{SiO}_2$ . На ПЭМ-изображениях затвор ОГ представляет собой трапециевидную область, окруженную слоями оксида. Затвор островков  $V_i$  расположен выше и непрерывно покрывает всю структуру.

Двумерный газ за пределами островков экранирован затвором ОГ от напряжения  $V_i$ . Рисунок 1 *d* показывает увеличенное изображение края островка. Электроды затвора разделены оксидом таким образом, что между островками и ОГ имеется область (показанная как 2 на рис. 1 *e*), где слой оксида толще. Ожидается, что электронная плотность в таких областях, далее называемых *оболочками*, будет ниже.

Мостики Холла без модуляции были созданы на том же чипе и позволили изучить свойства исходного двумерного газа.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ

Магнитотранспортные измерения проводились в температурном диапазоне 0.3–8 К с использованием систем Cryogenics 21T/0.3K и CFMS 16T/1.8K. Все измерения проводились по стандартной 4-контактной схеме в диапазоне частот 13–18 Гц с использованием синхронного усилителя при фиксированном транспортном токе 100 нА, чтобы избежать перегрева. Для компенсации асимметрии контактов направление магнитного поля менялось. Данные магнитополевых разверток симметризировались (антисимметризовались) для выделения величин сопротивления на квадрат  $\rho$  (сопротивление Холла  $R_{xy}$ ). Все измерения проводились в режиме  $\rho < h/e^2$ .

Эксперименты проводились на нескольких образцах с максимальной холловской подвижностью в диапазоне от 500 до 3000  $\text{cm}^2/\text{Вс}$ . Подвижность влияла только на величину эффектов. В данной статье мы демонстрируем выборочные данные для образцов с высокой (МО1) и низкой (МО2) подвижностями.

### 3.1. Холловская концентрация

Эффективная Холловская концентрация,

$$n_{eff}^{exp} \equiv [eR_{xy}(B = 1\text{Tл})]^{-1},$$

и подвижность носителей,

$$\mu_{eff} \equiv (n_{eff}^{exp} e \rho)^{-1},$$

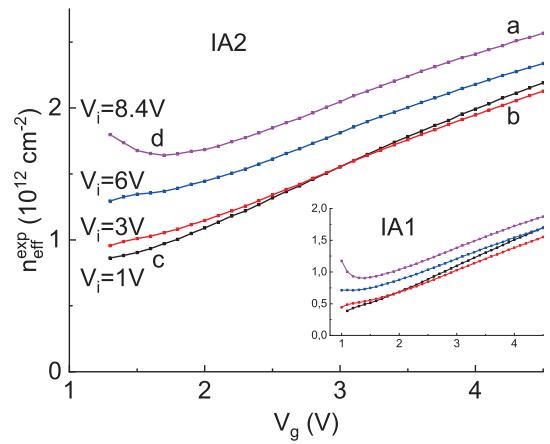
были рассчитаны из  $\rho$  и  $R_{xy}$  при  $B = \pm 1\text{Tл}$ . Данная величина магнитного поля представляется компромиссным значением, при котором квантовые эффекты не проявляются: СЛ уже подавлена, а осцилляции Шубникова – де Гааза (ШдГ) еще не возникли.

Мы проанализировали зависимости  $n_{eff}^{exp}$  от  $V_g$  и  $V_i$ . В однородных инверсионных слоях Si электронная плотность, как известно, определяется электростатикой конденсаторной структуры и примерно пропорциональна ( $V_{gate} - V_{th}$ ). Здесь  $V_{th}$  – пороговое напряжение ( $\sim 1$  В), которое определяется зарядом, накопленным в оксиде, и разностью работ выхода между затвором и двумерной системой [27]. Зависимости  $n_{eff}^{exp}(V_g)$  (показаны на рис. 2 для различных значений  $V_i$ ), очевидно, не соответствуют такому поведению.

При достаточно высоком значении  $V_g$  (см. рис. 2 a и b) ОГ обладает высокой проводимостью из-за большой плотности электронов. Островки окружены оболочками с меньшей электронной плотностью, т. е. плохо проводящими участками. В результате, транспортный ток протекает преимущественно через ОГ, т. е.  $n_{eff}^{exp}(V_g)$  в основном определяется ОГ.

Тем не менее ток частично протекает через островки, что приводит к наличию зависимости  $n_{eff}^{exp}(V_i)$ . При достаточно высоком  $V_i$  (рис. 2 a) концентрация в островках выше, чем в ОГ. С увеличением  $V_i$  концентрация и проводимость в островках растут, что приводит к увеличению доли тока, протекающего через них. В результате  $n_{eff}^{exp}$  увеличивается с ростом  $V_i$ .

Одной из заметных особенностей зависимости  $n_{eff}^{exp}(V_g)$  является пересечение кривых при низких  $V_i$ . Данный эффект можно объяснить, если учесть зависимость подвижности от затворного напряжения. Эта зависимость для однородного электронного 2D-газа в кремниевой МОП-структуре была измерена на отдельном однородном образце с того же чипа и показана на вставке к рис. 3. Подвижность резко растет с  $V_{gate}$ , когда  $V_{gate}$  малы и близки к пороговому значению [27]. Это приводит к тому, что доля тока, протекающего через области с низкой плотностью, увеличивается сильнее, чем увеличение их



**Рис. 2.** Зависимость холловской плотности при  $T=1.8$  К для МО2 от затворного напряжения  $V_g$ , управляющего ОГ, для репрезентативных значений (указанных на панели) затворного напряжения  $V_i$ , управляющего островками. На вставке показаны аналогичные данные для МО1 для тех же значений  $V_i$

плотности. Это приводит к уменьшению значения  $n_{eff}^{exp}$  с увеличением  $V_i$ . В пределе полностью пустых островков холловская концентрация  $n_{eff}^{exp}$  полностью определяется концентрацией в ОГ. По мере увеличения  $V_i$  островки становятся слабопроводящими, поэтому через них начинает протекать ток. Следовательно,  $n_{eff}^{exp}$  уменьшается.

Аналогичное рассуждение может быть применено к области малых значений  $V_g$  и больших значений  $V_i$  (рис. 2 d). Островки обладают гораздо большей проводимостью, чем ОГ, поэтому ток преимущественно протекает через них, минимизируя путь через ОГ. С ростом  $V_g$  концентрация в ОГ увеличивается, а подвижность в ОГ возрастает еще сильнее. Увеличение вклада ОГ низкой плотности в эффект Холла превышает увеличение концентрации в ОГ. Это приводит к уменьшению  $n_{eff}^{exp}$  с  $V_g$ . Вклад обедненного ОГ возрастает с уменьшением  $V_i$ , что приводит к исчезновению подъема (рис. 2 c).

Загиб кривых вверх для высоких значений  $V_i$  и низких значений  $V_g$  постепенно исчезает для более низкого  $V_i$ . Область с отличается от образца к образцу. Для некоторых образцов она даже переходит на загиб вниз.

Эффективная концентрация демонстрирует похожую зависимость от напряжения на затворах для образцов с различными подвижностями (см. вставку к рис. 2), т. е. является универсальным эффектом.

Наблюдаемые зависимости сравнивались с аналитическими выражениями, полученными по мето-

ду среднего поля [24]. Модельная система состоит из регулярного массива эквивалентных круговых областей с радиусом  $R$  и периодом  $a$ , встроенных в проводящую матрицу. Метод среднего поля работает тем лучше, чем меньше коэффициент заполнения  $p$  по сравнению с порогом переколяции  $p_c$  [28, 29]. Для изотропной двумерной системы  $p_c = 0.5$ , поэтому мы предполагаем, что использование модели среднего поля для нашей системы с

$$p = \frac{\pi R^2}{a^2} \approx 0.2$$

оправдано. Компоненты тензора эффективной проводимости  $\sigma_{xx}^e$  и  $\sigma_{xy}^e$  выражаются через  $\sigma_{xx}^i$ ,  $\sigma_{xy}^i$  островков ( $i = 1$ ) и ОГ ( $i = 2$ ). Соответственно, эффективная концентрация  $n_{eff}^{th}$  равна

$$\frac{B}{e\rho_{xy}^e} = B \frac{(\sigma_{xx}^e)^2 + (\sigma_{xy}^e)^2}{e\sigma_{xy}^e}.$$

Тензоры проводимости подсистем подставляются в формуле Друде в уравнение (A7) из работы [24]:

$$\sigma_{xx}^i = \frac{n_i e \mu_i}{1 + (\mu_i B)^2},$$

$$\sigma_{xy}^i = \mu_i B \sigma_{xx}^i,$$

$i=1$  соответствует островкам, а  $i=2$  — ОГ.

В результате мы получаем

$$n_{eff}^{th} = f(n_1, \mu_1, n_2, \mu_2, B).$$

Зависимости  $\mu(V_{gate})$  и  $n(V_{gate})$  для чистого двумерного газа (показаны на вставке к рис. 3) получены из однородной МОП-структуре на том же чипе:  $n(V)$  аппроксимируется линейной функцией,  $\mu(V)$  — полиномиальной. Таким образом, эффективная концентрация зависит от трех переменных:

$$n_{eff}^{th}(V_g, V_i, B) = f(n(V_i), \mu(V_i), n(V_g), \mu(V_g), B),$$

где  $V_g$  — затворное напряжение для ОГ и  $V_i$  — для островков.

Теоретические зависимости  $n_{eff}^{th}(V_g)$  для  $B = 1$  Тл для трех различных значений  $V_i$  показаны на рис. 3. Результаты, полученные из теории среднего поля, хорошо воспроизводят все особенности экспериментальной зависимости  $n_{eff}^{exp}(V_g)$  на рис. 2: линейное поведение при высоком  $V_g$ ; переход от линейной зависимости к загибу вверх с увеличением  $V_i$  при низком  $V_g$  и пересечение кривых при низком  $V_i$  и умеренном  $V_g$ .

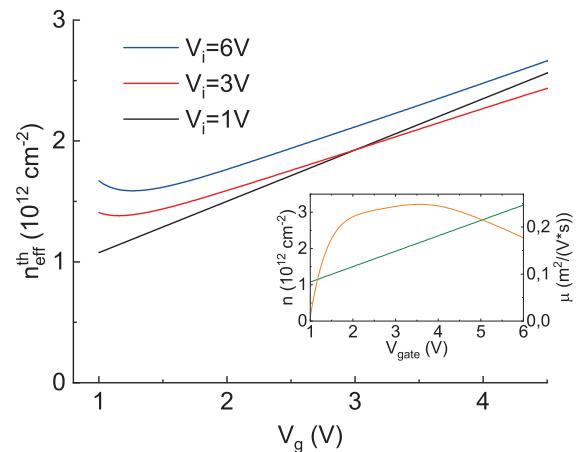


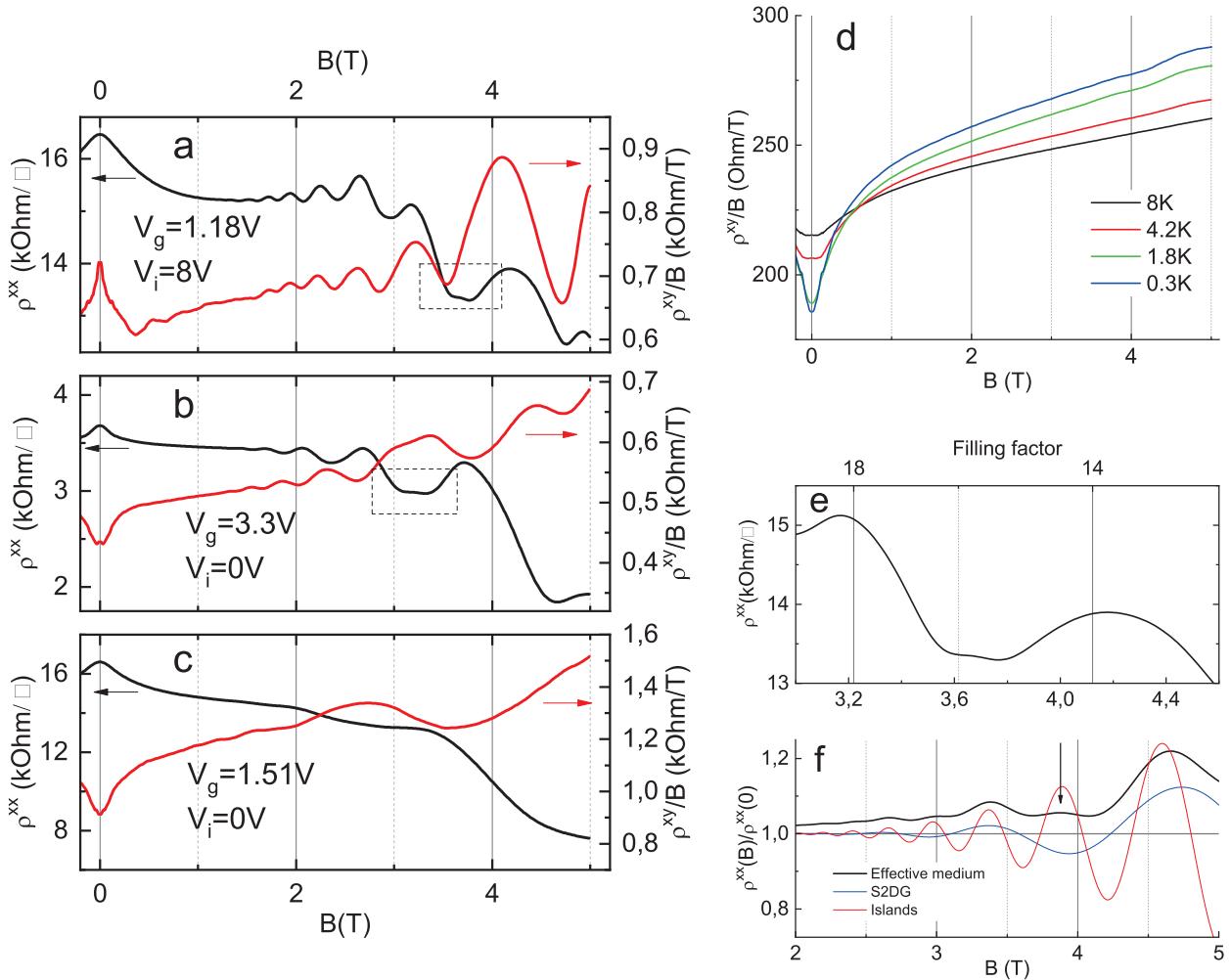
Рис. 3. Зависимость эффективной концентрации  $n_{eff}^{th}$ , полученной из теории среднего поля, от  $V_g$  для  $V_i$  (1В, 3В и 6В). Расчет проводился для магнитного поля  $B = 1$  Тл. Вставка демонстрирует использованную в расчетах экспериментальную зависимость подвижности (оранжевая) и концентрации (зеленая) от затворного напряжения для однородного электронного газа при  $T=1.8$  К

### 3.2. Магнитотранспорт

Также были проведены подробные измерения магнитотранспортных свойств в различных режимах протекания тока:  $b$ ,  $c$  и  $d$  (здесь и далее обозначения взяты из рис. 2).

На рис. 4 *a* показаны удельное сопротивление и коэффициент Холла  $R_H(B) \equiv R_{xy}(B)/B$  в режиме  $d$ , где преобладает транспорт через островки. Коэффициент Холла приобретает  $B$ -зависимость. Хотя  $\rho$  составляет около 15 кОм (т.е.  $\sim e^2/h$ ), наблюдаются выраженные осцилляции ШДГ из-за высокой подвижности в островках. Концентрация электронов, полученная из осцилляций ШДГ ( $n_{SDH} \approx 1.4 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$ ), соответствует островкам и выше холловской концентрации ( $n_{eff}^{exp} \lesssim 1 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$ ), поскольку на последнюю влияют как островки, так и ОГ. Коэффициент Холла имеет *максимум* при  $B = 0$  и плавный рост для средних и сильных магнитных полей. Интересно, что как особенность в нулевом поле, так и осцилляции ШДГ более ярко выражены в коэффициенте Холла, чем в  $\rho_{xx}$ .

На рис. 4 *b* показаны удельное сопротивление и  $R_H$  в режиме  $b$  с  $V_i = 0$ . Напряжением  $V_g$  было выбрано таким образом, чтобы установить  $n_{eff}^{exp}$  приблизительно равным значению на рис. 4 *a*. При этом величина  $\rho \approx 3$  кОм оказалась примерно в 5 раз меньше, потому что ОГ обладает хорошей проводимостью, и ток обходит бедные электронами области



**Рис. 4.** *a–c* — Удельное сопротивление (черные кривые) и коэффициент Холла (красные кривые) МО1 при  $T = 0.3\text{K}$ : *a* — ток через островки; *b*, *c* — ток через ОГ с эффективной концентрацией (*b*) и  $B = 0$ , удельным сопротивлением (*c*), близкими к (*a*); *d* — зависимость коэффициента Холла МО2 ( $V_g = 4\text{V}$  и  $V_i = 2.5\text{V}$ ) от магнитного поля при различных температурах. *e* — Увеличенная область из (*a*), показанная пунктирным прямоугольником, демонстрирующая расщепление минимума удельного сопротивления; *f* — теоретическая зависимость относительного удельного сопротивления от магнитного поля для эффективной среды (черный), островков (красный) и ОГ (синий). Концентрация и подвижность в островках составляют  $1.22 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$  и  $0.4 \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ , в ОГ —  $0.56 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$  и  $0.28 \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ . Стрелка указывает на область, аналогичную панели (*e*)

островков. Осцилляции ШДГ наблюдаются и соответствуют концентрации  $n_{SdH} \approx 0.9 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$ , что сопоставимо с  $n_{eff}^{exp} \lesssim 1.2 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$ . Из-за сильной зависимости  $n_{eff}^{exp}(B)$  равенство  $n_{eff}^{exp} = n_{SdH}$  достигается в поле порядка 3 Тл, где уже наблюдаются осцилляции ШДГ. Коэффициент Холла имеет **минимум** при  $B = 0$  и плавный рост для более высокого магнитного поля.

Наконец, на рис. 4 *c* показаны удельное сопротивление и  $R_H$  в режиме низкой плотности *c*. Напряжения на затворе были выбраны таким образом, чтобы сделать  $\rho$  приблизительно равным значению

из рис. 4 *a*. Поведение транспорта качественно аналогично рис. 4 *b* без осцилляций ШДГ. Коэффициент Холла имеет минимум при  $B = 0$  и растет вместе с полем.

Общим признаком всех зависимостей  $R_H(B)$  является рост с увеличением поля. В однородной системе коэффициент Холла должен быть постоянен:  $R_H = 1/ne$ . В исследуемой же системе есть области с разной плотностью. Для кремниевой МОП-структуре подвижность электронов зависит от плотности (см. вставку к рис. 3 или [27]). В магнитном поле продольная проводимость для од-

нородной системы дается выражением

$$\sigma_{xx} \propto (1 + (\mu B)^2)^{-1},$$

т. е. чем выше подвижность, тем быстрее проводимость уменьшается с  $B$ . Это означает, что проводимость областей с низкой концентрацией и подвижностью уменьшается медленнее с увеличением поля, чем проводимость областей с высокой плотностью. Таким образом, доля тока через области с низкой плотностью увеличивается, и  $R_H$  повышается.

В малых магнитных полях зависимость  $R_H(B)$  приобретает резкую особенность. Чистый двумерный газ в кремниевых МОП-структуратах имеет небольшую нелинейность Холла в слабом поле [30]. Однако его *огромная* амплитуда на рис. 4 *a–c* явно сигнализирует о том, что эта особенность связана с неоднородностью образца. Эта чрезвычайно большая нелинейность является одним из основных наблюдений данной статьи.

Ранее в искусственно неоднородных баллистических системах наблюдалось подавление поперечного магнитосопротивления в слабом поле (и даже изменение знака). Эксперименты Роукса с одномерными проводами [19] были затем теоретически объяснены [31] путем многократного отражения электронов вблизи контактов. В дальнейших экспериментах с баллистическими массивами антиточек [1] наблюдалось подавление эффекта Холла, хотя качественная картина описания электрона как шарика в билльярде этого эффекта не объясняла. В более поздних экспериментах [20] данное подавление было подтверждено численным моделированием, но никакого физического механизма предложено не было.

Наша система существенно отличается, поскольку транспорт является не баллистическим, а диффузионным, а неоднородности перестраиваются от низкого («точки»,  $V_i > V_g$ ) до высокого («антиточки»,  $V_i < V_g$ ) потенциала. Коэффициент Холла в малых полях либо растет, либо падает с  $B$  в зависимости от  $V_g$  и  $V_i$ . Подавление особенности  $R_H(B \rightarrow 0)$  с температурой (рис. 4 *d* для МО2) указывает на то, что это поведение может быть связано с СЛ. Это предположение нетривиально. Во-первых, известно, что в однородной среде СЛ не влияет на сопротивление Холла [32, 33]. Во-вторых, масштаб нелинейности в наблюдаемых эффектах довольно высок (несколько 10%), что больше, чем поправка СЛ в удельное сопротивление в чистом двумерном газе.

Из-за перераспределения тока с магнитным полем в эффекте Холла может возникнуть нелинейность, как было показано в нашей теоретической работе [24]. Действительно, из-за СЛ подвижность

приобретает зависимость от поля с минимумом при  $B = 0$ . Относительный эффект СЛ на подвижность зависит от концентрации носителей: для больших  $n$  он обратно пропорционален  $\mu$  (см. уравнение (3) в работе [24]). Следовательно, этот эффект сильнее при более низких плотностях. Однако, когда  $n$  становится низкой и проводимость приближается к кванту проводимости, амплитуда СЛ подавляется [34, 35].

Эти соображения могут качественно объяснить наблюдаемые зависимости на рис. 4. Например, рис. 4 *a* соответствует высокой концентрации в островках и частичному истощению ОГ. Полевая зависимость подвижности ОГ из-за СЛ подавлена, поэтому относительное увеличение подвижности в островках выше. Таким образом, перераспределение тока с полем происходит в пользу островков, т. е. коэффициент Холла уменьшается. На рис. 4 *b, c* островки не проводят, но окружены оболочками низкой плотности. Проводимость оболочек растет быстрее с увеличением поля, чем проводимость ОГ, поэтому ток перераспределяется в их пользу, что приводит к увеличению коэффициента Холла. На рис. 4 *d* проводимости островков и ОГ велики и различны, поэтому коэффициент Холла увеличивается с увеличением поля, как объяснено выше. Таким образом, нелинейность Холла в слабом поле может быть объяснена качественно, но ее огромная амплитуда и сильная температурная зависимость остаются непонятными.

Другим необычным магнитотранспортным эффектом, наблюдаемым в данной работе, является то, что в большом поле расщепляются минимумы  $\rho_{xx}$  для осцилляций ШдГ (см. штриховые прямоугольники на рис. 4 *a, b* и *e*). Как правило, в однородных системах расщепляются максимумы удельного сопротивления в достаточно высоком поле, когда энергия Зеемана превышает температуру и уширение уровней Ландау. Действительно, в однородных двумерных системах холловское сопротивление  $\rho_{xy}$  выше, чем  $\rho_{xx}$  в области, где наблюдаются осцилляции ШдГ. Следовательно, максимумы проводимости

$$\sigma_{xx} = \rho_{xx}/(\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2) \approx \rho_{xx}/\rho_{xy}^2$$

при полуцелых коэффициентах заполнения (максимумы плотности состояний) соответствуют максимумам удельного сопротивления. Используя модель среднего поля с включенными осцилляциями ШдГ в тензоры проводимости подсистем (уравнения (3.24) и (3.25) в работе [36]), можно получить локально аналогичную картину (рис. 4 *f*), хотя фаза,

где наблюдаются осцилляции ШдГ, остается неизменной. Это означает, что расщепление минимумов не может быть объяснено изменением фазы колебаний и зеемановским расщеплением. Однако наблюдалася особенность может проявляться из-за осцилляций в подсистеме низкой плотности на фоне основной подсистемы высокой плотности (т. е. высокочастотной). Примечательно, что минимум  $\rho_{xx}$  разделяется даже тогда, когда островки не являются проводящими (рис. 4 *b*). Это указывает на то, что оболочки имеют решающее значение для описания этой особенности.

Полная теория, объясняющая все наблюдаемые особенности, выходит за рамки двухкомпонентного подхода среднего поля [24] и должна учитывать транспорт через оболочки. Существует механизм магнитосопротивления, выходящий за рамки метода среднего поля. Он заключается в смешивании компонент тензора удельного сопротивления [37] для  $\mu B \gg 1$ . В нашем случае величина  $\mu B$  недостаточно высока.

Таким образом, приведенные результаты должны способствовать изучению магнитотранспорта в модулированных двумерных системах, и особенно в системах, где такая модуляция образуется спонтанно [38].

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Были экспериментально исследованы транспортные свойства макроскопически модулированного и перестраиваемого двумерного метаматериала, основанного на технологии кремниевой МОП-структуры, где концентрация и глубина модуляции контролируются независимо. Нелинейные зависимости эффективной холловской концентрации от напряжений на затворе могут быть хорошо объяснены качественно и количественно в рамках теории среднего поля. Также была исследована зависящая от температуры и неожиданно сильная нелинейность эффекта Холла в малых полях, которая может быть связана со слабой локализацией, и необычное расщепление минимумов удельного сопротивления в режиме осцилляций Шубникова – де Гааза. Полученные данные требуют теоретического объяснения и исследований в менее распространенных материальных системах.

**Финансирование.** Работа выполнена при поддержке Гранта Президента Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (МД-1571.2022.1.2).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. D. Weiss, M. L. Roukes, A. Menschig et al., Phys. Rev. Lett. **66**, 2790 (1991).
2. D. Weiss, K. Richter, A. Menschig et al., Phys. Rev. Lett. **70**, 4118 (1993).
3. D. A. Kozlov, Z. D. Kvon, A. E. Plotnikov et al., JETP Lett. **89**, 80 (2009).
4. K. Tsukagoshi, S. Wakayama, K. Oto et al., Phys. Rev. B **52**, 8344 (1995).
5. A. Dorn, Th. Ihn, K. Ensslin et al., Phys. Rev. B **70**, 205306 (2004).
6. G. M. Minkov, A. A. Sherstobitov, A. V. Germanenko, and O. E. Rut, Phys. Rev. B **78**, 195319 (2008).
7. N. E. Staley, N. Ray, M. A. Kastner et al., Phys. Rev. B **90**, 195443 (2014).
8. S. Goswami, M. A. Aamir, C. Siegert et al., Phys. Rev. B **85**, 075427 (2012).
9. V. A. Tkachenko, O. A. Tkachenko, G. M. Minkov, and A. A. Sherstobitov, JETP Lett. **104**, 473 (2016).
10. F. Nihey, S. W. Hwang and K. Nakamura, Phys. Rev. B **51**, 4649 (1995).
11. Y. Iye, M. Ueki, A. Endo, and S. Katsumoto, J. Phys. Soc. Jpn. **73**, 3370 (2004).
12. R. Yagi, M. Shimomura, F. Tahara et al., J. Phys. Soc. Jpn. **81**, 063707 (2012).
13. Zh. Han, A. Allain, H. Arjmandi-Tash et al., Nat. Phys. **10**, 380 (2014).
14. H. Maier, J. Ziegler, R. Fischer et al., Nat. Comm. **8**, 2023 (2017).
15. C. R. Dean, L. Wang, P. Maher et al., Nature **497**, 598 (2013).
16. Y. Cao, V. Fatemi, A. Demir et al., Nature **556**, 80 (2018).
17. Y. Cao, V. Fatemi, Sh. Fang et al., Nature **556**, 43 (2018).
18. A. Yu. Kuntsevich, A. V. Shupletsov, and M. S. Nunuparov, Phys. Rev. B **93**, 205407 (2016).
19. M. L. Roukes, A. Scherer, S. J. Allen et al., Phys. Rev. Lett. **59**, 3011 (1987).
20. S. de Haan, A. Lorke, R. Hennig et al., Phys. Rev. B **60**, 8845 (1999).

21. R. H. Bube, App. Phys. Lett. **13**, 136 (1968).
22. J. Heleskivi and T. Salo, J. Appl. Phys. **43**, 740 (1972).
23. C. J. Adkins, J. Phys. C: Sol. St. Phys. **12**, 3389 (1979).
24. A. Yu. Kuntsevich, A. V. Shupletsov, and A. L. Rakhmanov, Phys. Rev. B **102**, 155426 (2020).
25. B. Sanjeev, J. Schluck, M. Cerchez et al., Phys. Rev. B **108**, 035301 (2023).
26. B. Abeles, P. Sheng, M. D. Coutts, and Y. Arie, Adv. in Phys. **24**, 407 (1975).
27. Ts. Ando, A. B. Fowler, and F. Stern, Rev. Mod. Phys. **54**, 437 (1982).
28. Л. Д. Ландау, Л. П. Питтаевский, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Физматлит, Москва (1992).
29. А. П. Виноградов, *Электродинамика композитных материалов*, URSS, Москва (2001).
30. A. Yu. Kuntsevich, L. A. Morgun, and V. M. Pudalov, Phys. Rev. B **87**, 205406 (2013).
31. C. W. Beenakker and H. van Houten, Phys. Rev. Lett. **63**, 1857 (1989).
32. H. Fukuyama, J. Phys. Soc. Jpn. **49**, 644 (1980).
33. B. L. Altshuler, D. Khmel'nitzkii, A. I. Larkin, and P. A. Lee, Phys. Rev. B **22**, 5142 (1980).
34. M. Rahimi, S. Anissimova, M. R. Sakr et al., Phys. Rev. Lett. **91**, 116402 (2003).
35. G. M. Minkov, A. V. Germanenko, and I. V. Gornyi, Phys. Rev. B **70**, 245423 (2004).
36. A. Isihara and L. Smrcka, J. Phys. C: Sol. St. Phys. **19**, 6777 (1986).
37. M. M. Parish and P. B. Littlewood, Nature **426**, 162 (2003).
38. V. M. Pudalov, JETP Lett. **116**, 456 (2022)