

# ВИГНЕРОВСКАЯ КРИСТАЛЛИЗАЦИЯ В ДВУМЕРНЫХ СТРУКТУРАХ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ. АКУСТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

*И. Л. Дричко<sup>a</sup>, И. Ю. Смирнов<sup>a\*</sup>, А. В. Суслов<sup>b</sup>, Д. Р. Лидли<sup>c\*\*</sup>, Ю. М. Гальперин<sup>d,a</sup>*

*<sup>a</sup> Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук  
194021, Санкт-Петербург, Россия*

*<sup>b</sup> National High Magnetic Field Laboratory  
Tallahassee, FL 32310, USA*

*<sup>c</sup> Department of Physics, University of Warwick  
Coventry CV4 7AL, United Kingdom*

*<sup>d</sup> University of Oslo  
0316 Oslo, Norway*

Поступила в редакцию 5 июня 2024 г.,  
после переработки 5 июня 2024 г.  
Принята к публикации 26 июня 2024 г.

Представлен обзор исследований вигнеровской кристаллизации в двумерных структурах акустическими методами. Эти методы позволили определять зависимости от частоты действительной  $\sigma_1$  и мнимой  $\sigma_2$  компонент высокочастотной проводимости  $\sigma^{hf} = \sigma_1 - i\sigma_2$ . Кристаллизация носителей заряда наблюдалась при низких температурах  $T < 0.3$  К в сильных магнитных полях вблизи чисел заполнения  $\nu \leq 2$ . Частотные зависимости действительной  $\sigma_1$  и мнимой  $\sigma_2$  компонент проводимости дают возможность установить факт образования доменов вигнеровского кристалла в структурах, вычислить их средние размеры и определить температуру плавления.

*Статья представлена в рамках публикации материалов 39-го Совещания по физике низких температур (HT-2024), Черноголовка, июнь 2023 г.*

**DOI:** 10.31857/S0044451024120101

## 1. ВВЕДЕНИЕ

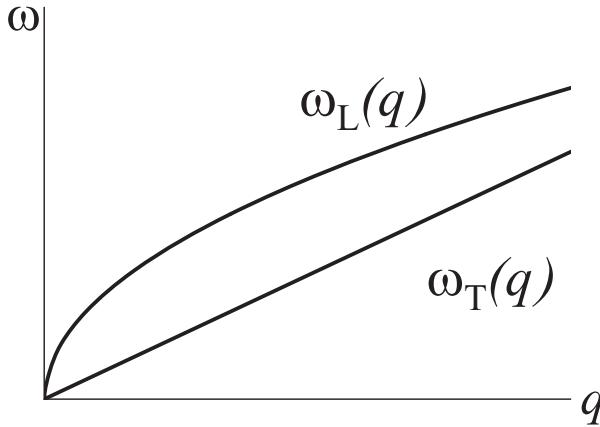
Возможность образования электронного кристалла была теоретически предсказана Вигнером еще в 1937 году [1]. В 1972 году Чаплик [2] исследовал образование вигнеровского кристалла в инверсионной пленке с малой концентрацией электронов и вычислил для такой системы поглощение звуковых волн. В 1975 году Лозовик и Юдсон [3] обратили внимание на то, что в двумерных системах сильное магнитное поле может привести к кристаллизации электронов даже при столь высоких концентрациях носителей, при которых

образование вигнеровского кристалла в нулевом поле невозможна.

Первое сообщение о возникновении вигнеровского кристалла на поверхности жидкого гелия было осуществлено в 1979 году [4]. Впоследствии аномалии, наблюдаемые в температурных зависимостях сопротивления двумерных структур при очень низких температурах в сильных магнитных полях, стали объяснять образованием доменов вигнеровского кристалла, запиннингованных на беспорядке, — вигнеровского стекла. Если влияние доменов вигнеровского кристалла на сопротивление изучалось в основном в двумерных структурах GaAs/AlGaAs, так как именно эти структуры обладали наибольшей подвижностью и при этом малой концентрацией носителей (смотри обзоры [5, 6], и ссылки в них), то работы группы Пудалова проводились на структурах Si/SiO<sub>2</sub>, результаты которых изложены в обзо-

\* E-mail: ivan.smirnov@mail.ioffe.ru

\*\* D. R. Leadley



**Рис. 1.** Схематическое изображение фононных мод в двумерном вигнеровском кристалле как в работе [9]. Чистый двумерный вигнеровский кристалл при нулевом магнитном поле: продольная фононная мода (плазмон) и поперечная (сдвиговая) фононная мода

ре [7]. В перечисленных работах в основном использовались методики на постоянном токе. В наших исследованиях использовались акустические методы, которые дают возможность изучать динамические свойства двумерных структур с доменами вигнеровского кристалла (вигнеровского стекла), а именно: высокочастотную проводимость. В настоящей работе мы сосредоточимся именно на исследовании этих свойств, проведенных нашей группой в разные годы и на разных двумерных объектах. Впервые высокочастотная проводимость исследовалась акустическими методами в структурах  $n\text{-GaAs}/\text{AlGaAs}$  в режиме вигнеровской кристаллизации акустическими методами в работах [8].

Естественно, что этой проблеме было посвящено множество теоретических работ, ссылки на которые представлены в [9] и обзорах [5, 6]. В настоящей работе мы очень коротко проследим основные положения развития теории, посвященной вигнеровской кристаллизации в двумерных структурах.

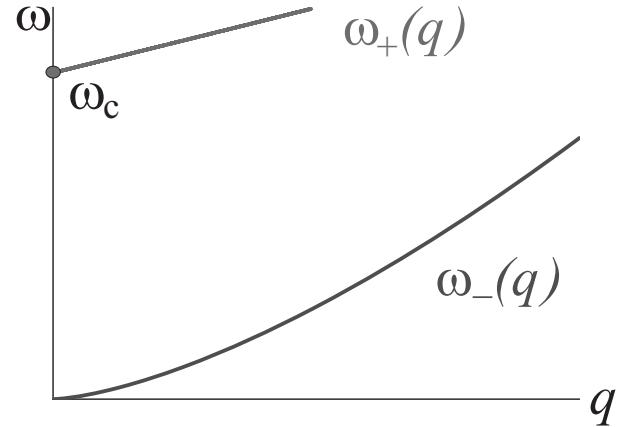
## 2. ТЕОРИЯ

Для образования вигнеровского кристалла необходимо выполнение следующего условия: энергия кулоновского взаимодействия  $E_{ee}$  должна превышать энергию Ферми  $E_F$ . В двумерной электронной (дырочной) системе

$$E_{ee} \gg E_F, \quad \frac{(\pi n_s)^{1/2} e^2}{\varepsilon} \gg \frac{\pi \hbar^2 n_s}{m^*},$$

$$\kappa_s = \frac{E_{ee}}{E_F} \gg 1.$$

Если рассматривать вигнеровский кристалл как упругий континuum, то он характеризуется упруги-



**Рис. 2.** Чистый двумерный вигнеровский кристалл в перпендикулярном магнитном поле: магнитоплазмонная ( $\omega_+(q)$ ) и магнитофононная ( $\omega_-(q)$ ) моды

ми модулями (объемным  $\lambda$  и сдвиговым  $\beta$ ), массовой плотностью и постоянной решетки. Все эти величины определяются концентрацией электронов. Ниже мы рассмотрим образование вигнеровских кристаллов в трех различных ситуациях, переходя от более простых и идеализированных условий к более реалистичным и демонстрируя влияние магнитного поля и беспорядка на динамические свойства этих кристаллов.

### 1. Магнитное поле $B = 0$ , беспорядок отсутствует.

Вигнеровский кристалл в отсутствие магнитного поля и беспорядка обладает двумя ветвями колебаний фононов: продольной (плазмоны) L и поперечной T [10].

$$\omega_L(q) = (ne^2 q / 2m\varepsilon)^{1/2},$$

$$\omega_T(q) = c_t q = (\beta/nm)^{1/2} q,$$

$$\beta = (0.245 n^{3/2} e^2 / 4\pi\varepsilon),$$
(1)

где  $q$  — волновой вектор,  $n$  — концентрация электронов,  $e$  — заряд электрона,  $m$  — масса электрона (см. рис. 1).

### 2. Магнитное поле $B \neq 0$ , беспорядок отсутствует.

В магнитном поле силы Лоренца перемешивают моды  $\omega_L$  и  $\omega_T$ . Возникают две гибридные моды с частотами  $\omega_+$  и  $\omega_-$  [11]:

$$\omega_{\pm} = \frac{1}{2} (\omega_L^2 + \omega_T^2 + \omega_c^2) \pm$$

$$\pm \frac{1}{2} \sqrt{(\omega_L^2 + \omega_T^2 + \omega_c^2)^2 - 4\omega_L^2 \omega_T^2}, \quad (2)$$

где  $\omega_c = eB/mc$  — циклотронная частота,  $B$  — магнитное поле. При условии  $\omega_c \gg \omega_L, \omega_T$  (в сильном

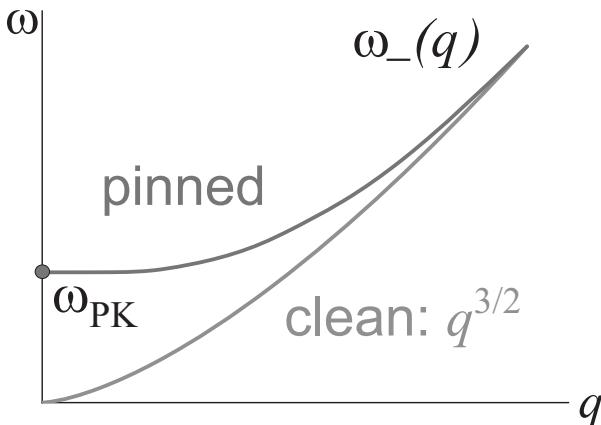


Рис. 3. Неупорядоченный двумерный вигнеровский кристалл в перпендикулярном магнитном поле: магнитофонная мода со щелью (мода пиннинга). Магнитоплазмонная мода не изображена

магнитном поле) возникают  $\omega_+$  — магнитоплазмонная мода (с образованием щели),  $\omega_-$  — магнитофонная мода (бесщелевая) (см. рис. 2)

$$\begin{aligned}\omega_+(q) &= \omega_c + \omega_L^2(q)/\omega_c, \\ \omega_-(q) &= \omega_L(q)\omega_T(q)/\omega_c \propto q^{3/2}.\end{aligned}\quad (3)$$

### 3. Магнитное поле $B \neq 0$ , присутствует беспорядок.

В присутствии беспорядка классическая треугольная решетка вигнеровского кристалла деформируется и теряет дальний порядок. При этом вигнеровский кристалл разваливается на домены, призванные (запиннигованные) к дефектам кристалла с конечной длиной корреляции (размером доменов), — вигнеровское стекло. При наличии беспорядка частота  $\omega_-$  изменяется, возникает щель, равная  $\hbar\omega_{PK}$  (см. рис. 3), где  $\omega_{PK}$  — частота пиннинга,

$$\omega_- = (1/\omega_c) \sqrt{(\omega_{p0}^2 + \omega_L^2(q))(\omega_{p0}^2 + \omega_T^2(q))}, \quad (4)$$

где  $\omega_{p0}$  — частота пиннинга при  $B = 0$ , при  $q \sim 0$ . Именно на этой частоте  $\omega_{PK} = \omega_{p0}^2/\omega_c$  наблюдается максимум поглощения мощности при исследовании частотных зависимостей  $\text{Re } \sigma_{xx}$  в магнитном поле [11, 12].

Динамический ответ слабо запиннигованного вигнеровского кристалла контролируется коллективными возбуждениями, при этом возникает линия поглощения, так называемая пиннинговая мода. Это коллективные колебания коррелированных сегментов вокруг положений равновесия, образованных неоднородным потенциалом пиннинга. Эти моды успешно изучались в экспериментальных работах [9, 13] с помощью техники микроволновой спектроскопии. Однако в них в основном исследовались

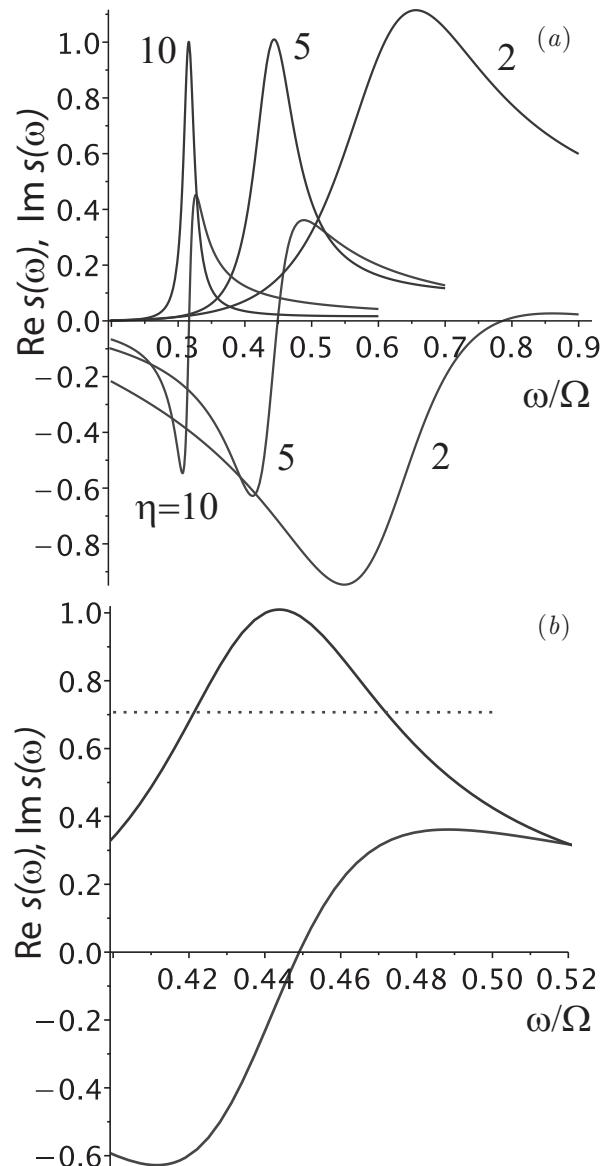


Рис. 4. Зависимости  $\text{Re } s$  и  $\text{Im } s$  от  $\varpi = \omega/\Omega$  для разных  $\eta$  (a) и для  $\eta = 5$  (b)

частотные зависимости только действительной компоненты высокочастотной проводимости.

Для интерпретации своих результатов мы пользовались работой [14]. В этой работе на основании представлений, изложенных выше, авторы определили частотные зависимости проводимости вигнеровского стекла.

Характер частотной зависимости проводимости вигнеровского стекла зависит от соотношения между параметрами вигнеровского кристалла, беспорядка в структуре и величины магнитного поля. Анализ этой зависимости в общем случае не представляется возможным. Однако при выполнении условий

$$1 < \eta < \omega_c/\omega_{p0}, \quad l_B \ll \xi \approx L, \quad (5)$$

где  $\eta = \sqrt{\lambda/\beta}$  ( $\lambda$  — объемный,  $\beta$  — сдвиговый модули упругости вигнеровского кристалла),  $l_B = \sqrt{\hbar c/eB}$  — магнитная длина,  $L$  — корреляционная длина (размер) вигнеровского домена,  $\xi$  — корреляционная длина беспорядка. Формула для частотной зависимости проводимости существенно упрощается:

$$\sigma(\omega) = -i \frac{e^2 n \omega}{m^* \omega_{p0}^2} \frac{1 - i u(\omega)}{[1 - i u(\omega)]^2 - (\omega \omega_c / \omega_{p0}^2)^2}, \quad (6)$$

$\omega_{p0}$  — частота пиннинговой моды при  $B = 0$ :

$$u(\omega) \approx \left( \frac{\omega}{\Omega} \right)^3, \omega \ll \Omega, \quad (7)$$

$\Omega \approx \omega_{p0}^2 \eta / \omega_c$ . Уравнение (6) можно привести к виду

$$\sigma(\omega) \equiv \sigma_0 s \left( \frac{\omega}{\Omega} \right), \text{ где } \sigma_0 = \frac{e^2 n \eta^2}{2 m^* \omega_c}, \quad (8)$$

$$s(\varpi) = -2 \frac{i \varpi (1 - i \varpi^3)}{\eta [(1 - i \varpi^3)^2 - (\eta \varpi)^2]}, \quad (9)$$

где  $\varpi = \omega / \Omega$ .

На рис. 4 представлена зависимость  $s$  от приведенной частоты  $\varpi$  при нескольких величинах параметра  $\eta$ .

Длина Ларкина, т. е. длина (размер) корреляции домена вигнеровского кристалла определяется формулой

$$L = 2\pi c_t / \omega_{p0}, \quad (10)$$

где  $c_t = (\beta/nm^*)^{1/2}$  — скорость поперечной моды вигнеровского кристалла.

Представленные выше теоретические исследования частотных (динамических) свойств вигнеровского кристалла в двумерных структурах при низких температурах в сильных магнитных полях показали, что акустические исследования могут быть очень полезными в этой области, поскольку позволяют определять действительную и мнимую компоненты высокочастотной проводимости  $\sigma^{hf} = \sigma_1 - i\sigma_2$ .

### 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В данной работе для исследования динамических характеристик двумерных структур в режиме вигнеровской кристаллизации в работе использовались акустические методы. Суть их состоит в том, что к поверхности пьезоэлектрического кристалла ниобата лития, по которой распространялась поверхностная акустическая волна (ПАВ), посредством пружины прижимался исследуемый образец

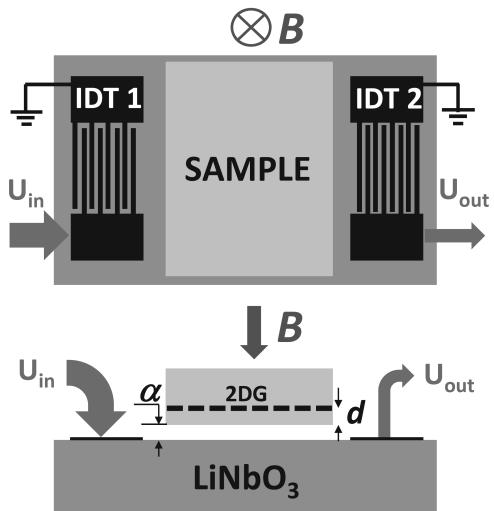


Рис. 5. Схема эксперимента

с двумерной проводимостью (см. рис. 5). (При этом деформация в образец не передавалась.) Электрическое поле, сопровождающее ПАВ, проникало в квантовую яму структуры и взаимодействовало с носителями заряда. В результате этого взаимодействия возникало поглощение ПАВ и изменение ее скорости. Вся эта система погружалась в криостат со сверхпроводящим магнитом. ПАВ создавались на поверхности ниобата лития с помощью встречно-штыревых пьезопреобразователей, основная частота которых равна 28 МГц. Измерения поглощения и изменения скорости ПАВ проводились и на гармониках с частотами 86 МГц, 142 МГц, 197 МГц, 252 МГц и 306 МГц в магнитном поле до 18 Тл и температурах 20–400 мК.

Объектами исследования были структуры  $n$ -GaAs/AlGaAs,  $p$ -GaAs/AlGaAs и  $p$ -Si/GeSi с высокой подвижностью.

Согласно [15] поглощение и скорость ПАВ связаны с проводимостью следующими формулами:

$$\Gamma \left[ \frac{d\Gamma}{cm} \right] = 8.68 \frac{K^2}{2} q A \times \frac{4\pi\sigma_1 t(q)/\varepsilon_s v}{[1 + 4\pi\sigma_2 t(q)/\varepsilon_s v]^2 + [4\pi\sigma_1 t(q)/\varepsilon_s v]^2} \quad (11)$$

$$A = 8b(q)(\varepsilon_1 + \varepsilon_0)\varepsilon_0^2\varepsilon_s \exp[-2q(\alpha + d)], \quad (12)$$

$$\frac{\Delta v}{v_0} = \frac{K^2}{2} A \times \frac{1 + 4\pi\sigma_2 t(q)/\varepsilon_s v}{[1 + 4\pi\sigma_2 t(q)/\varepsilon_s v]^2 + [4\pi\sigma_1 t(q)/\varepsilon_s v]^2}, \quad (13)$$

$$b(q) = (b_1(q)[b_2(q) - b_3(q)])^{-1},$$

$$t(q) = [b_2(q) - b_3(q)]/2b_1(q),$$

$$\begin{aligned}
b_1(q) &= (\varepsilon_1 + \varepsilon_0)(\varepsilon_s + \varepsilon_0) - \\
&\quad - (\varepsilon_1 - \varepsilon_0)(\varepsilon_s - \varepsilon_0)e^{(-2q\alpha)}, \\
b_2(q) &= (\varepsilon_1 + \varepsilon_0)(\varepsilon_s + \varepsilon_0) + \\
&\quad + (\varepsilon_1 + \varepsilon_0)(\varepsilon_s - \varepsilon_0)e^{(-2qd)}, \\
b_3(k) &= (\varepsilon_1 - \varepsilon_0)(\varepsilon_s - \varepsilon_0)e^{(-2q\alpha)} + \\
&\quad + (\varepsilon_1 - \varepsilon_0)(\varepsilon_s + \varepsilon_0)e^{[-2q(\alpha+d)]},
\end{aligned}$$

где  $\Gamma$  и  $\Delta v/v_0$  — абсолютное изменение поглощения и относительное изменение скорости ПАВ в магнитном поле,  $v$  — скорость ПАВ в ниобате лития в магнитном поле,  $v_0$  — скорость звука при  $B = 0$ ,  $K^2$  — константа электромеханической связи  $\text{LiNbO}_3$ ,  $q$  — волновой вектор,  $d$  — глубина залегания двумерного слоя,  $\varepsilon_1 = 50$ ,  $\varepsilon_0 = 1$  и  $\varepsilon_s = 11$  — диэлектрические постоянные ниобата лития, вакуума и полупроводника соответственно. Расстояние между ниобатом лития и изучаемой структурой  $\alpha \approx 5 \cdot 10^{-5}$  см определялось из величины насыщения скорости ПАВ в сильном магнитном поле. Совместное решение уравнений (11) и (13) позволяет вычислить величины действительной и мнимой компонент высокочастотной проводимости  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ .

### 3.1. $n$ -GaAlAs/GaAs/GaAlAs [16]

Наиболее ярко частотные свойства высокочастотной проводимости, соответствующей вигнеровскому стеклу, проявились в структурах  $n$ -GaAlAs/GaAs/GaAlAs с малой концентрацией электронов  $n = 5 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$  и высокой подвижностью  $8 \cdot 10^6 \text{ см}^2/\text{В}\cdot\text{с}$  в магнитных полях, соответствующих числам заполнения от 0.19 до 0.125 в температурной области 40–380 мК (рис. 6). Ширина ямы была 65 нм, в этой области магнитных полей  $\kappa_s = 11\text{--}13$ .

Как видно на рис. 7, при всех магнитных полях частотная зависимость действительной и мнимой компонент высокочастотной проводимости демонстрируют характер, соответствующий режиму образования в структурах доменов вигнеровского кристалла. Причем, чем выше магнитное поле (меньше  $\nu$ ), тем меньше величина максимальной действительной компоненты проводимости. Зависимости величины  $\sigma_1$  от частоты для разных  $\nu$  представлена на рис. 8. Зависимость  $\sigma_1^{max} \propto \omega_c^{-1}$  (смотри вставку на рис. 8) подтверждается теорией (формула (8)).

Частотная зависимость  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  для исследованного образца при  $\nu = 0.18$  качественно совпадает с теоретическими кривыми, представленными на рис. 4 для  $\eta = 5$ . Это означает, что максимум  $\sigma_1$  осуществляется при  $\omega^{max}/2\pi \approx 86 \text{ МГц}$  при  $\omega/\Omega = 0.44$ ,

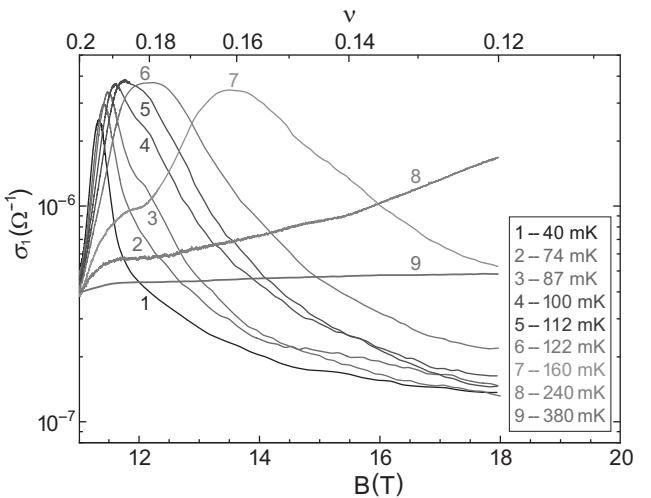


Рис. 6. Зависимость  $\sigma_1$  от магнитного поля при разных температурах,  $f = 28.5 \text{ МГц}$

таким образом,  $\Omega \approx 1.2 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$ . В соответствии с формулами работы [14]

$$\omega_{p0} = \sqrt{\omega_c \Omega / \eta} = 8.7 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1} \quad (14)$$

— частота пиннинга при  $B = 0$ ;

Определим длину корреляции домена (его размер) по формуле (10):

$$L = 2\pi c_t / \omega_{p0} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ см}. \quad (15)$$

Это означает, что выполняются условия, необходимые для использования формул работы [14]:

$$L \gg a \gg l_B, \quad (16)$$

где  $a$  — расстояние между электронами в структуре ( $2.5 \cdot 10^{-6} \text{ см}$ ), а  $l_B = 7.3 \cdot 10^{-7} \text{ см}$  — магнитная длина при  $B = 12.2 \text{ Тл}$ ; кроме того, это позволяет заключить, что домен вигнеровского кристалла включает в себя в среднем порядка 100 электронов.

Численные расчеты, приведенные здесь, лишь приблизительные, так как работа на гармониках ПАВ не дает возможности точно определять максимум на частотной зависимости проводимости.

Из набора экспериментальных кривых, представленных на рис. 6, можно построить зависимость действительной компоненты высокочастотной проводимости от температуры при разных магнитных полях (рис. 9).

На рис. 9 видно, что для каждого числа заполнения наблюдается максимум действительной компоненты проводимости от температуры. Слева от максимума температурную зависимость можно описать

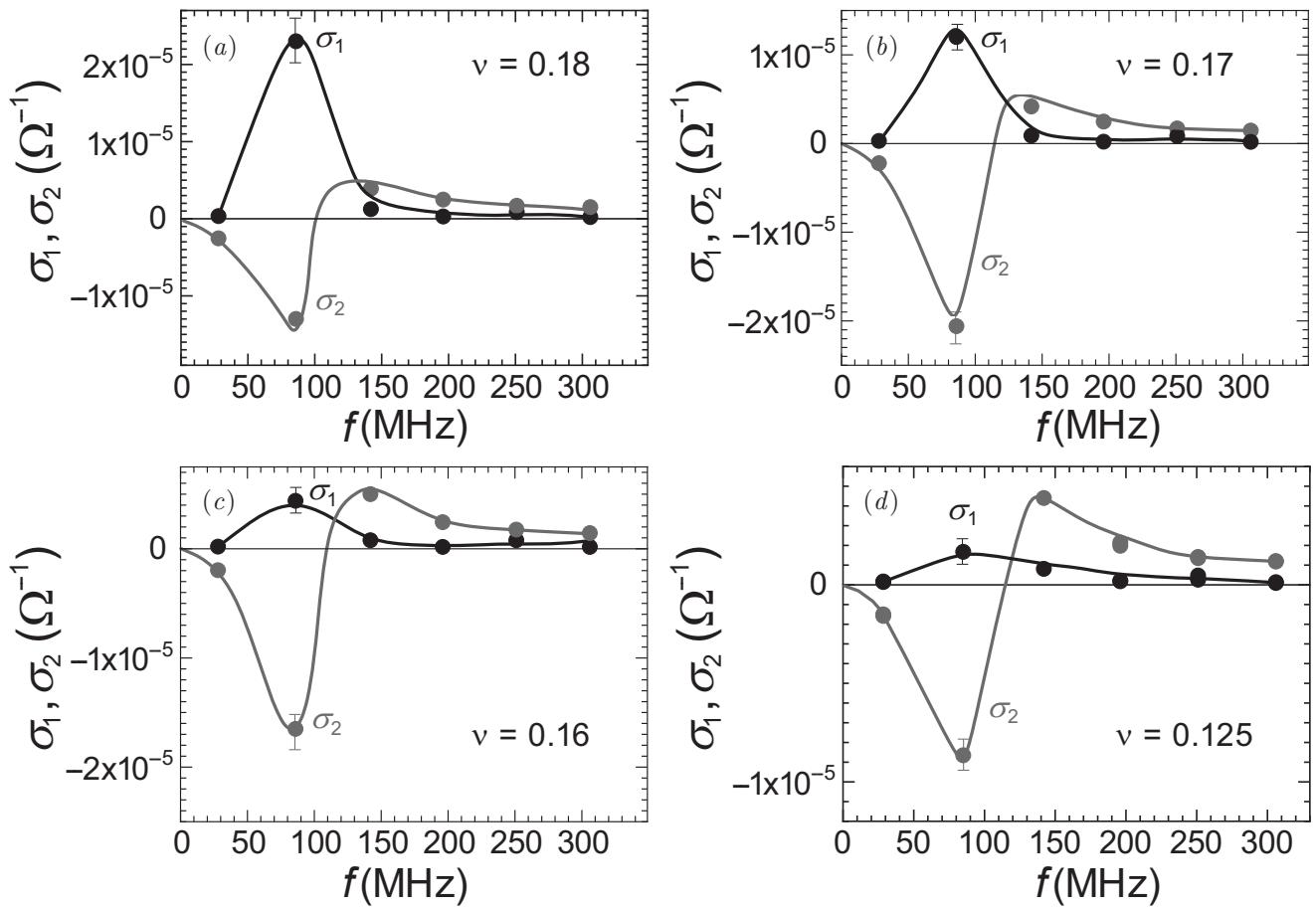


Рис. 7. Частотные зависимости  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  для разных  $\nu$ : 0.18 ( $B = 12.2$  Тл), 0.17 ( $B = 13$  Тл), 0.16 ( $B = 13.6$  Тл) и 0.125 ( $B = 17.6$  Тл);  $T = 40$  мК

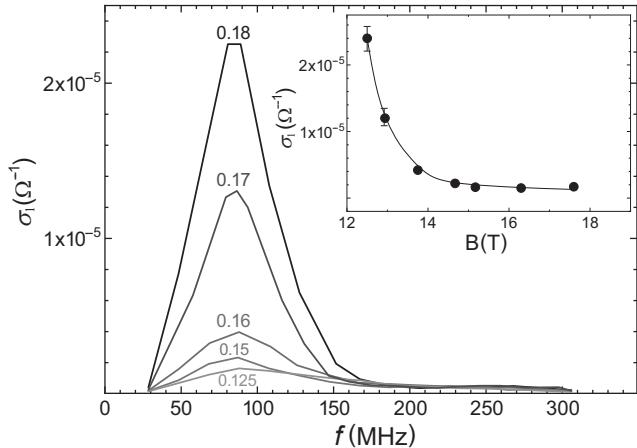


Рис. 8. Зависимости  $\sigma_1$  от частоты  $f$  для разных  $\nu$ . Вставка: зависимость  $\sigma_1^{max}$  от магнитного поля;  $T = 40$  мК

законом Аррениуса. Вычисленные из зависимостей  $\ln \sigma_1(1/T)$  энергии активации растут с ростом магнитного поля (рис. 10a), затем стремятся к насыщению (рис. 10b).

Мы полагаем, что подобные зависимости характеризуют область вигнеровского стекла. Справа от

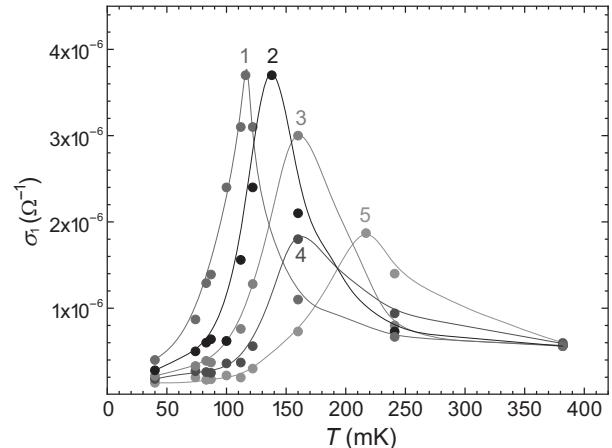
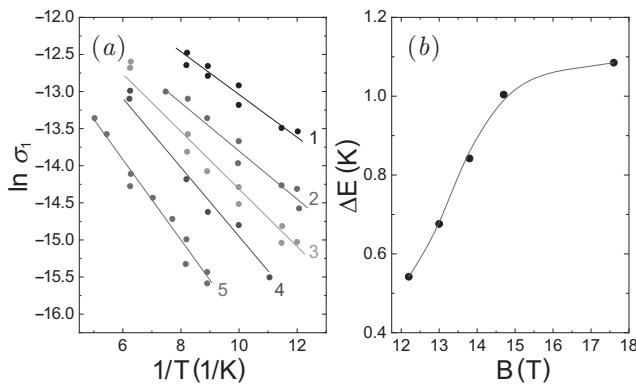


Рис. 9. Зависимость  $\sigma_1$  от температуры при разных числах заполнения  $\nu$ : 1 — 0.18, 2 — 0.17, 3 — 0.16, 4 — 0.145, 5 — 0.125;  $f = 28.5$  МГц

максимума проводимость резко уменьшается с ростом температуры — зависимость проводимости от температуры становится типа металлической. Происходит переход диэлектрик–металл, а температура, при которой осуществляется максимум проводимости, в этом случае характеризует температуру



**Рис. 10.** *a* – Зависимости  $\ln \sigma_1$  от  $1/T$  для разных чисел заполнения  $\nu$ : 1 – 0.18, 2 – 0.17, 3 – 0.16, 4 – 0.145, 5 – 0.125 со стороны диэлектрической проводимости (до максимума  $\sigma_1$ ). *b* – Зависимость энергии активации  $\Delta E$  от магнитного поля

плавления вигнеровского стекла. На рис. 11 представлена зависимость температуры плавления вигнеровского стекла от числа заполнения (магнитного поля).

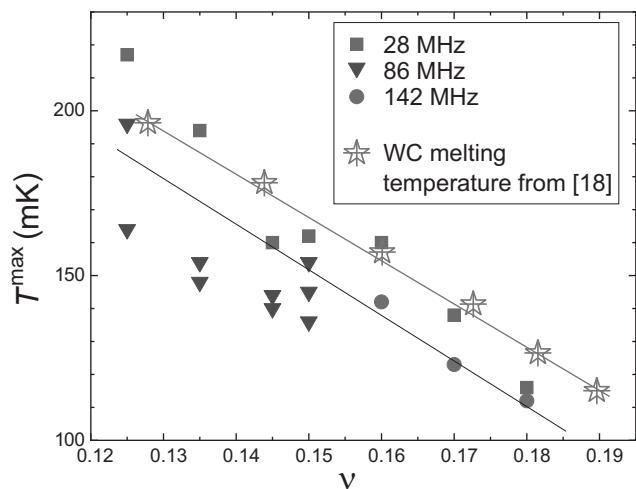
В этой же структуре образование вигнеровского стекла наблюдается и вблизи чисел заполнения  $1/5$  [17],  $1$  и  $2$  [19], хотя в этих магнитных полях  $\kappa_s = 4.5\text{--}3$ .

### 3.2. $p$ -AlGaAs/GaAs/AlGaAs [20]

Измерения высокочастотной проводимости проводились и в структуре  $p$ -GaAs/AlGaAs с концентрацией  $p = 1.2 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  и подвижностью  $1.8 \cdot 10^6 \text{ см}^2/\text{В}\cdot\text{с}$  в температурном диапазоне  $20\text{--}300 \text{ мК}$ , частоте  $28.5\text{--}306 \text{ МГц}$  и магнитных полях до  $18 \text{ Тл}$ .

На рис. 12 видно, что вблизи чисел заполнения  $1$  и  $1/3$  имеются аномальные всплески проводимости в виде несимметричных максимумов, «крыльев».

На рис. 13 представлены температурные зависимости действительной части проводимости при фиксированных магнитных полях. На этом рисунке видно, что в магнитном поле  $6.6 \text{ Тл}$  при температуре около  $110 \text{ мК}$  наблюдается максимум проводимости, который смещается в сторону низких температур при увеличении магнитного поля до  $7.0 \text{ Тл}$ . Слева от максимума при  $\nu = 1$  происходит активация носителей тока на порог подвижности из локализованных состояний  $\nu = 1$ . Справа от максимума проводимость становится металлического типа. И только в небольшой области магнитных полей  $7.0\text{--}7.2 \text{ Тл}$



**Рис. 11.** Зависимость  $T_{\max}$  от числа заполнения  $\nu$  для разных частот  $28.5 \text{ МГц}$ ,  $86 \text{ МГц}$  и  $142 \text{ МГц}$  и температура плавления, определенная позже в [18] в структуре с квантовой ямой GaAs  $70 \text{ нм}$  с  $n = 4.2 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$

частотная зависимость проводимостей имеет вид, представленный на рис. 14.

На рис. 14 видно, что в сравнении с предыдущей структурой ( $n$ -AlGaAs/GaAs/AlGaAs) эта зависимость лишь напоминает частотную зависимость проводимостей при хорошо развитом вигнеровском стекле. Поэтому мы предполагаем, что подобная частотная зависимость действительной  $\sigma_1$  и мнимой  $\sigma_2$  компонент высокочастотной проводимости в области аномалий связана с существованием двух фаз: вигнеровского стекла и фермиевской жидкости делокализованных носителей заряда [21].

Аналогичные частотные зависимости мнимой компоненты  $\sigma_2$  высокочастотной проводимости наблюдаются и вблизи других аномалий, которые осуществляются вблизи чисел заполнения, характеризующих дробный эффект Холла:  $\nu = 2/3, 2/5, 1/3$  (см. рис. 15), что позволяет думать, что вблизи каждого максимума проводимости (смотри рис. 12) имеется небольшая по магнитному полю область, в которой наблюдается существование двух фаз: вигнеровского стекла и фермиевской жидкости.

### 3.3. $p$ -Si/SiGe/Si [22]

Высокочастотная проводимость была также исследована в структуре  $p$ -Si/SiGe/Si с концентрацией  $p = 8 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$  и подвижностью дырок  $1 \cdot 10^4 \text{ см}^2/\text{В}\cdot\text{с}$  в температурном интервале  $(0.3\text{--}4.2) \text{ К}$  в магнитных полях до  $18 \text{ Тл}$  и частотах ПАВ  $(18\text{--}255) \text{ МГц}$ .

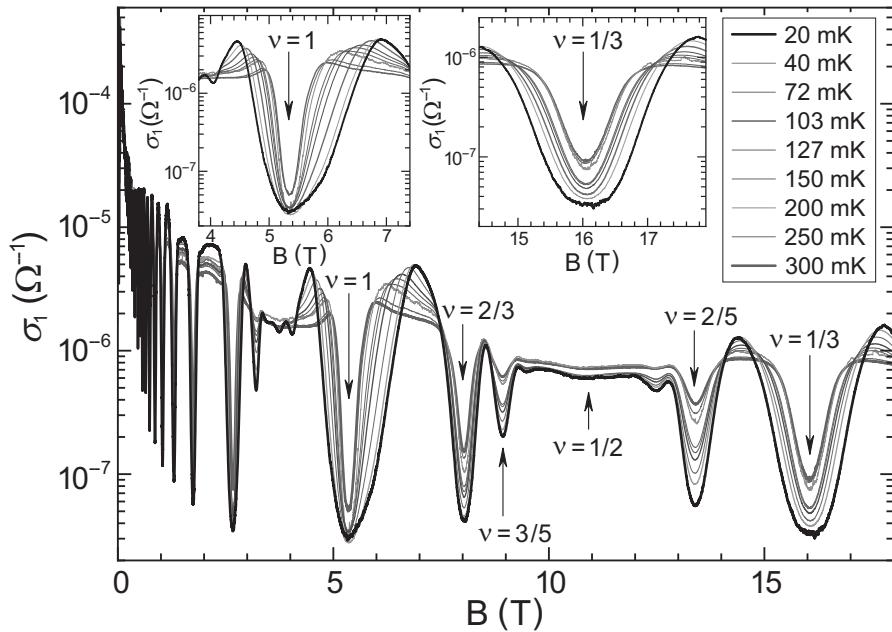


Рис. 12. Зависимость действительной компоненты проводимости  $\sigma_1$  от магнитного поля при разных температурах,  $f = 86$  МГц. На вставках — зависимость  $\sigma_1$  от магнитного поля вблизи чисел заполнения 1 (a) и  $1/3$  (b)

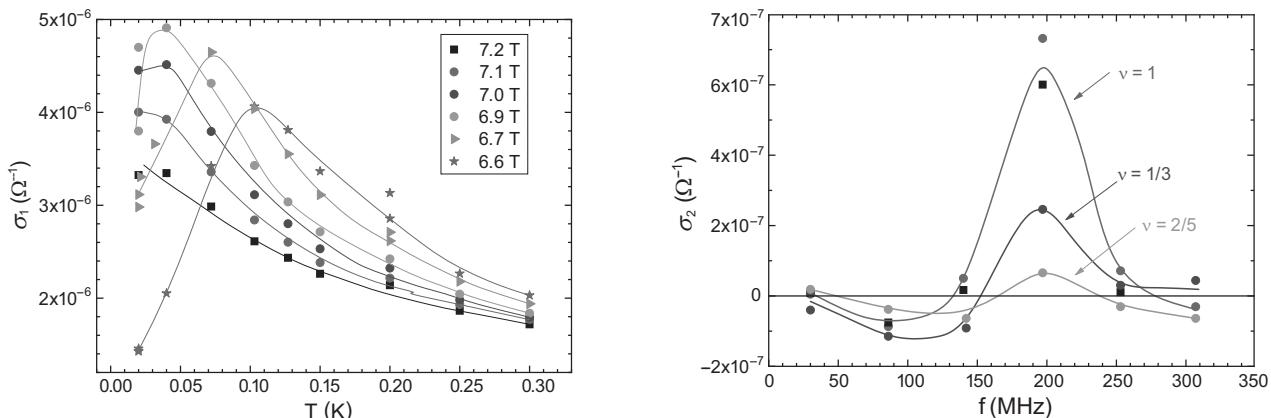


Рис. 13. Зависимость  $\sigma_1$  от температуры при разных значениях магнитных полей в области аномалий проводимости («крыльев»)

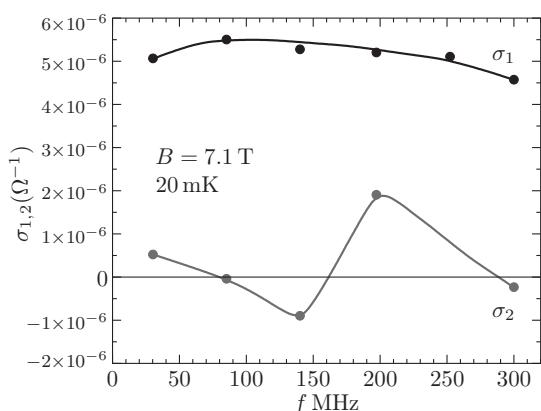


Рис. 14. Зависимость  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  от частоты при  $T = 20$  мК,  $B = 7.1$  Тл вблизи  $\nu = 1$  ( $\nu = 0.76$ )

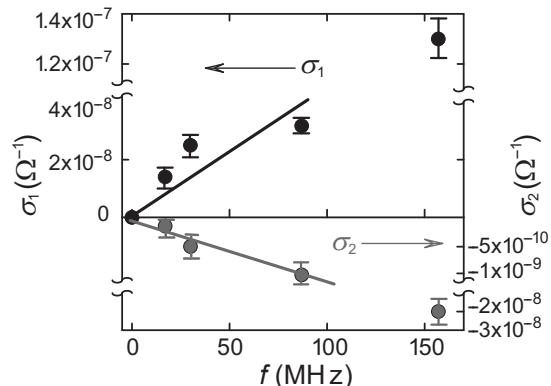


Рис. 16. Зависимость  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  от частоты  $f$  при  $T = 300$  мК и  $B = 18$  Тл

При  $T = 300$  мК в этой структуре наблюдалась необычная частотная зависимость компонент  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  (см. рис. 16).

Отрицательный знак мнимой части проводимости, представленной на рис. 16, можно было объяснить только образованием островков (доменов) вигнеровского кристалла, запиннингованных на беспорядке вдали от частоты пиннинга. Действительно, на основании работы [14] вдали от частоты пиннинга при условии

$$u \gg \omega\omega_c/\omega_{p0}^2 \gg 1 \quad (17)$$

проводимость определяется уравнениями

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \sigma_{xx} = \sigma_1 &= \frac{e^2 p}{m^* \omega_{p0}^2} \frac{\omega}{u}, \\ \operatorname{Im} \sigma_{xx} = \sigma_2 &= -\frac{e^2 p}{m^* \omega_{p0}^2} \frac{\omega}{u^2}. \end{aligned} \quad (18)$$

Поскольку в эксперименте наблюдалась линейная зависимость  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  от частоты, то можно было определить величину  $u = 40$ . Это означает, что условие (17) выполняется, что дает возможность оценить частоту пиннинга в отсутствие магнитного поля  $\omega_{p0} \approx 1.5 \cdot 10^{10}$  с<sup>-1</sup>.

Теперь из эксперимента известна величина  $u$  и сделана оценка величины  $\omega_{p0}$ , поэтому, используя формулу (18), можно определить концентрацию дырок  $p_{WC}$ , образующих домены вигнеровского кристалла и их средний размер  $L$  по формуле (10). Оказалось, что  $p_{WC} \approx 10^9$  см<sup>-2</sup>, а  $L \approx 4 \cdot 10^{-4}$  см.

#### 4. ВЫВОДЫ

В двумерных структурах с высокой подвижностью (малым беспорядком) и малой концентрацией носителей заряда при температурах 20–300 мК в сильном магнитном поле с большой вероятностью возможно наблюдать образование доменов вигнеровского кристалла — вигнеровского стекла. Акустические методы являются весьма полезными для обнаружения и исследования параметров и динамических свойств этого состояния.

**Благодарности.** Авторы благодарны Е. Green, R. Nowell и L. Jiao за помощь в проведении экспериментов в NHMFL; K. W. Baldwin, L. N. Pfeiffer и K. W. West за предоставленные образцы AlGaAs/GaAs/AlGaAs, а также О. Миронову и М. Миронову за предоставленные образцы Si/SiGe/Si.

**Финансирование.** NHMFL поддерживается грантами NSF/DMR-1157490, NSF/DMR-1644779, NSF/DMR-2128556 и штатом Флорида.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. E. P. Wigner, Phys. Rev. **46**, 1002 (1934).
2. А. В. Чаплик, ЖЭТФ **62**, 746 (1972).
3. Ю. Е. Лозовик, В. И. Юдсон, Письма в ЖЭТФ **22**, 26 (1975).
4. C. C. Grimes, and G. Adams, Phys. Rev. Lett. **42**, 795 (1979).
5. M. Shayegan, Nature Rev. Phys. **4**, 212 (2022).
6. M. Shayegan, *Flatland Electrons in High Magnetic Fields*, Vol. 3 of *High Magnetic Fields: Science and Technology*, World Scientific Co, Singapore (2006), p. 31.
7. V. M. Pudalov, Phys. Quantum Electrons Solid (international, Cambridge, MA (1994) p. 124.
8. M. A. Paalanen, R. L. Willet, P. B. Littlewood et al., Phys. Rev. **45**, 11342 (1992); M. A. Paalanen, R. L. Willet, R. R. Ruel et al., Phys. Rev. B **45**, 13784 (1992).
9. Yong P. Chen, *Quantum Solids of Two Dimensional Electrons in Magnetic Fields*, PhD Thesis, Princeton University (2005), p. 215
10. L. Bonsall and A. A. Maradudin, Phys. Rev. B **15**, 1959 (1977).
11. B. G. A. Normand, P. B. Littlewood, and A. J. Millis, Phys. Rev. B **46**, 3920 (1992).
12. H. Fukuyama, and P. A. Lee, Phys. Rev. B **17**, 535 (1978).
13. P. D. Ye, L. W. Engel, D. C. Tsui et al., Phys. Rev. Lett. **89**, 176802 (2002).
14. M. M. Fogler and D. A. Huse, Phys. Rev. B **62**, 7553 (2000).
15. I. L. Drichko, A. M. Diakonov, I. Y. Smirnov et al., Phys. Rev. B **62**, 7470 (2000).
16. I. L. Drichko, I. Yu. Smirnov, A. V. Suslov et al., Phys. Rev. B **94**, 075420 (2016).

17. I. L. Drichko, I. Yu. Smirnov, A. V. Suslov et al., Solid State Commun. **213–214**, 46 (2015).
18. H. Deng, L. N. Pfeiffer, K. W. West et al., Phys. Rev. Lett. **122**, 116601 (2019).
19. I. L. Drichko, I. Yu. Smirnov, A. V. Suslov et al., Phys. Rev. B **92**, 205313 (2015).
20. I. L. Drichko, I. Yu. Smirnov, A. V. Suslov et al., Phys. Rev. B **107**, 085301 (2023).
21. В. М. Пудалов, Письма в ЖЭТФ **116**, 456 (2022).
22. I. L. Drichko, A. M. Dyakonov, I. Yu. Smirnov et al., Phys. Rev. B **77**, 085327 (2008).