

ВЛИЯНИЕ НАГРЕВА НА ГЕНЕРАЦИЮ И СВОЙСТВА ПЛАТИКОНОВ В ВЫСОКОДОБОТНЫХ ОПТИЧЕСКИХ МИКРОРЕЗОНАТОРАХ

В. Е. Лобанов^{*}

^a *Российский квантовый центр
121205, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 27 апреля 2023 г.,
после переработки 24 мая 2023 г.
Принята к публикации 24 мая 2023 г.

При накачке высокодобротного оптического микрорезонатора внешним лазером неизбежно проявляются тепловые эффекты. Они оказывают существенное влияние на динамику нелинейных процессов в таких структурах, в том числе и на генерацию оптических частотных гребенок и диссипативных солитонов. Процесс генерации и свойства светлых солитонов в таких нагретых микрорезонаторах при аномальной дисперсии групповых скоростей хорошо изучены, и разработан ряд методов, минимизирующих влияние тепловых процессов. Однако для темных солитонов или платиконов, возбуждаемых при нормальной дисперсии групповых скоростей, эти вопросы исследованы существенно меньше. В данной работе проанализированы свойства платиконов в нагретых микрорезонаторах и показано, что в случае «положительных» тепловых эффектов, когда направление теплового сдвига резонансных частот микрорезонатора совпадает с направлением нелинейного сдвига, устойчивы наиболее широкие высокоэнергетичные платиконы, длительность которых близка к времени обхода в резонаторе. В случае «отрицательных» тепловых эффектов устойчивость сохраняют узкие низкоэнергетичные платиконы. Более того, в микрорезонаторах с «отрицательными» тепловыми эффектами взаимодействие кубично-нелинейных и тепловых процессов может обеспечить возможность генерации платиконов без применения специальных приемов, необходимых в иных случаях.

DOI: 10.31857/S0044451023110019
EDN: PMXETW

1. ВВЕДЕНИЕ

Многочисленные исследования, проведенные за последние три десятилетия, убедительно доказали, что благодаря своим уникальным свойствам высокодобротные оптические микрорезонаторы [1–3] являются идеальной платформой для реализации, исследования и применения различных нелинейно-оптических процессов [4–7]. При этом было обнаружено, что на динамику нелинейных процессов в микрорезонаторах, накачиваемых лазерными источниками с постоянным излучением, сильное влияние оказывают тепловые эффекты, такие как терморелракция и тепловое расширение [8–10]. Влияние этих эффектов практически неизбежно в реаль-

ных высокодобротных микрорезонаторных структурах из-за высокой концентрации электромагнитного поля внутри микрорезонатора. Оно проявляется в виде различных тепловых дрейфов, флуктуаций и неустойчивостей [10–12]. Традиционно тепловые процессы рассматриваются как паразитные, осложняющие реализацию нелинейно-оптических взаимодействий в высокодобротных микрорезонаторах, в том числе и таких активно изучаемых, как процесс генерации оптических частотных гребенок и различных диссипативных солитонов [13–19].

К настоящему времени тепловые эффекты хорошо изучены для процесса генерации светлых солитонов в микрорезонаторах с аномальной дисперсией групповых скоростей [14, 20, 21] и разработан ряд методов для минимизации их влияния, например, различные схемы модуляции частоты и мощности накачки [22–25], различные схемы обратной связи [26], использование криогенных температур [27] и дополнительных лазерных источников [28, 29]. Так-

^{*} E-mail: v.lobanov@rqc.ru

же можно снизить влияние тепловых эффектов, если работать в режиме затягивания, когда частота излучения лазера накачки привязана к собственной частоте микрорезонатора, что компенсирует ее тепловой сдвиг [30–35].

В то же время для темных солитонов или платиконов (солитонов с плоской вершиной), существующих при нормальной дисперсии групповых скоростей [36, 37], эти вопросы изучены существенно меньше. Стоит отметить, что такие оптические сигналы обладают рядом преимуществ по сравнению со светлыми солитонами, в том числе гораздо большей эффективностью преобразования энергии накачки в энергию генерируемых спектральных компонент [38, 39], и успешно применяются при решении различных актуальных задач, например, в телекоммуникационных системах [40, 41]. Поэтому, несомненно важной и актуальной задачей является исследование сложной динамики, являющейся результатом взаимодействия нелинейно-оптических и тепловых процессов в высокодобротных микрорезонаторах при нормальной дисперсии групповых скоростей. В данной работе мы численно изучили свойства платиконов в нагретых микрорезонаторах и показали, что в случае «положительных» тепловых эффектов, когда направление теплового сдвига резонансных частот микрорезонатора совпадает с направлением нелинейного сдвига, устойчивы наиболее широкие высокоэнергетичные платиконы, длительность которых близка к времени обхода в резонаторе (или, что тоже самое в рассматриваемом случае, к периоду повторения платикона). В случае «отрицательных» тепловых эффектов устойчивость сохраняют узкие низкоэнергетичные платиконы с длительностью, существенно меньшей времени обхода в резонаторе. Более того, нами было обнаружено, что в микрорезонаторах с «отрицательными» тепловыми эффектами взаимодействие кубично-нелинейных и тепловых процессов может обеспечить возможность генерации платиконов без применения других методов, считающихся необходимыми в иных случаях. Обычно, для генерации темных солитонов используют либо сложные микрорезонаторные структуры [39, 42] или фотонно-кристаллические микрорезонаторы [43] для управления законом дисперсии, либо системы с амплитудно-модулированной или двухчастотной или импульсной накачкой [44, 45], либо специальные режимы, такие как режим затягивания [32, 35, 46–48]. Нами было показано, что при наличии «отрицательных» тепловых эффектов возможна генерация платиконов как при перестройке час-

тоты накачки, так и без нее, если отношение времени жизни фотона в микрорезонаторе к времени тепловой релаксации достаточно велико.

2. МОДЕЛЬ

Для численного анализа нами использовалась система из двух уравнений, описывающих нелинейную динамику в резонаторе в присутствии тепловых эффектов: уравнение Луджиато–Лефевра (нелинейное уравнение Шредингера с диссипацией и накачкой) [37] для медленно меняющейся огибающей Ψ поля в резонаторе и скоростное уравнение для нормированного теплового сдвига резонансной частоты микрорезонатора Θ [10–12, 14]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi}{\partial \tau} &= i \frac{d_2}{2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varphi^2} - [1 + i(\alpha - \Theta)]\Psi + i|\Psi|^2\Psi + f, \\ \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} &= \frac{2}{\kappa t_T} \left(\frac{n_{2T}}{n_2} \frac{U}{2\pi} - \Theta \right). \end{aligned} \quad (1)$$

$\tau = \kappa t/2$ — нормированное время, $\kappa = \omega_0/Q$ — полный коэффициент потерь в резонаторе (Q — нагруженная добротность), ω_0 — частота моды накачки, $\varphi \in [-\pi; \pi]$ — азимутальный угол в резонаторе в системе координат, вращающейся с угловой скоростью, равной области свободной дисперсии (ОСД) микрорезонатора D_1 , $d_2 = 2D_2/\kappa$ — нормированный коэффициент дисперсии групповых скоростей (ДГС), положительный для аномальной ДГС и отрицательный — для нормальной. Предполагается, что собственные частоты микрорезонатора описываются следующим соотношением:

$$\omega_\mu = \omega_0 + D_1\mu + \frac{D_2}{2}\mu^2,$$

где μ — номер моды, отсчитываемый от моды накачки. $\alpha = 2(\omega_0 - \omega_p)/\kappa$ — нормированная отстройка частоты накачки ω_p от моды накачки. Нормированная амплитуда накачки задается следующим выражением (см. [14]):

$$f = \sqrt{\frac{8\omega_p c n_2 \eta P_{in}}{\kappa^2 n^2 V_{eff}}},$$

где c — скорость света, n_2 — коэффициент кубичной нелинейности микрорезонатора, P_{in} — входная мощность, n — показатель преломления для моды микрорезонатора, V_{eff} — эффективный объем моды, η — коэффициент связи [$\eta = 1/2$ для режима критической связи]. Нормированный теплоиндуцированный

сдвиг резонансной частоты микрорезонатора является результатом либо терморепрактивного эффекта

$$\Theta = \frac{2}{n} \frac{dn}{dT} Q \delta T$$

либо эффекта теплового расширения

$$\Theta = 2\alpha_L Q \delta T,$$

либо их комбинации (δT — изменение температуры, α_L — коэффициент теплового расширения). В системе (1)

$$U = \int |\Psi|^2 d\varphi,$$

n_{2T} — эффективный коэффициент тепловой нелинейности, t_T — время тепловой релаксации. Стоит отметить, что как видно из второго уравнения системы (1), важно не столько абсолютное значение времени тепловой релаксации, сколько его отношение к времени жизни фотона в резонаторе t_{ph} , так как $2/\kappa t_T = 2t_{ph}/t_T$. Тепловые параметры t_T и n_{2T} зависят как от материала микрорезонатора, так и от его геометрии, и могут существенно различаться для эффектов терморепракции и теплового расширения [8, 11]. Однако в ряде случаев возможно пренебречь одним из этих эффектов, например, когда для компенсации теплового расширения используются специальные покрытия или композитные структуры [49, 50]. Для простоты и наглядности мы тоже будем рассматривать только один обобщенный тепловой эффект.

3. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ УРОВНИ И УСТОЙЧИВОСТЬ ТЕМНЫХ СОЛИТОНОВ ПРИ НАЛИЧИИ ТЕПЛОВЫХ ЭФФЕКТОВ

Сначала методом релаксации были найдены стационарные решения системы уравнений (1) при

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \tau} = 0, \quad \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = 0$$

в виде темных солитонов или платиконов путем решения следующего уравнения:

$$i \frac{d_2}{2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varphi^2} - \left[1 + i \left(\alpha - \frac{n_{2T}}{n_2} \frac{U}{2\pi} \right) \right] \Psi + i |\Psi|^2 \Psi + f = 0. \quad (2)$$

Затем при помощи системы уравнений (1) проверялась устойчивость найденных решений путем наложения на них шума (аддитивного или мультипликативного) и исследования их динамики на достаточно длительных временных интервалах (до

$\tau \approx 10^4$). Платиконы, сохраняющие свою структуру при распространении, считались устойчивыми. Подобное исследование было проведено для широких диапазонов значений амплитуды накачки ($f = 1.5 \dots 5$), нормированных времени тепловой релаксации ($2/\kappa t_T = 0.001 \dots 10$) и коэффициента тепловой нелинейности, причем как для «положительных», так и для «отрицательных» тепловых эффектов, а именно при

$$-20 \leq n_{2T}/n_2 \leq 20.$$

При моделировании считалось, что $d_2 = -0.02$ и было проверено, что результаты оставались качественно такими же и для других значений коэффициента дисперсии групповых скоростей d_2 .

В отсутствие тепловых эффектов в одном и том же спектральном диапазоне может существовать несколько энергетических уровней, соответствующих стабильным платиконам разной ширины, образующих структуру специального вида — collapsed snaking [36, 51]. Зависимость энергии платиконов U от отстройки частоты накачки α показана на левой панели рис. 1 для $f = 3$, $n_{2T}/n_2 = 0$. Области, соответствующие устойчивым решениям, выделены толстыми красными линиями. Более высокие уровни соответствуют более широким платиконам. Как видно из рисунка, области устойчивости становятся уже с уменьшением ширины платиконов.

Далее исследовался случай «положительных» тепловых эффектов ($n_{2T}/n_2 > 0$). В этом случае тепловой сдвиг резонансных частот имеет то же направление, что и нелинейный сдвиг, и наблюдается сдвиг, растяжение и трансформация энергетических уровней платиконов (сравните левую и правую панели рис. 1). Как видно, тепловая нелинейность частично снимает вырождение энергетических уровней. Отметим, что структура энергетических уровней не зависит от времени тепловой релаксации. Было обнаружено, что даже при заметном сдвиге различных уровней друг относительно друга переход между ними при перестройке частоты накачки практически невозможен: при увеличении отстройки платикон переходит в низкоинтенсивный однородный фоновый сигнал, а при уменьшении — в высокоинтенсивный.

Устойчивость платиконов изучалась для различных комбинаций параметров f , n_{2T}/n_2 и $2/\kappa t_T$. Было выявлено, что в случае положительной тепловой нелинейности устойчивыми остаются только высокоэнергетические платиконы с нескольких наиболее высоких энергетических уровней (число таких уровней растет с увеличением амплитуды накачки

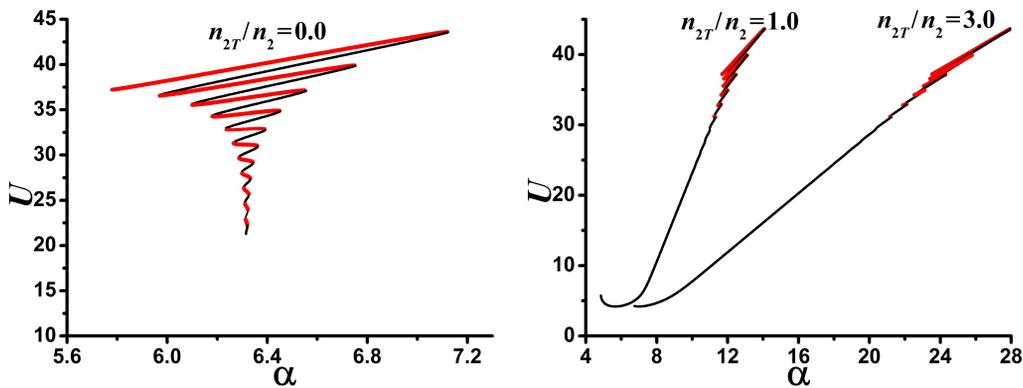


Рис. 1. Левая панель: зависимость энергии платикона U от отстройки частоты накачки α в отсутствие тепловых эффектов ($n_{2T}/n_2 = 0$). Красные линии соответствуют устойчивым платиконам. Правая панель: энергетические уровни платиконов при наличии тепловых эффектов. Красные линии соответствуют устойчивым платиконам при $2/\kappa t_T = 0.1$. Во всех случаях $f = 3, d_2 = -0.02$

f). Длительность таких платиконов близка к времени обхода в резонаторе $2\pi/D_1$, что соответствует угловой ширине, близкой к 2π . Области устойчивости становятся шире и смещаются в сторону больших значений отстройки с ростом коэффициента тепловой нелинейности (см. правую панель на рис. 1). При малых значениях нормированного коэффициента тепловой нелинейности устойчивость платиконов на этих уровнях не зависит от времени тепловой релаксации. Однако, если n_{2T}/n_2 превышает некоторое предельное значение, то появляется диапазон времен тепловой релаксации t_T , для которого неустойчивыми могут быть даже платиконы с верхних уровней. Зависимость диапазона неустойчивости от амплитуды накачки и коэффициента тепловой нелинейности представлена на рис. 2. Например, платиконы, отмеченные красными линиями на правой панели рис. 1 устойчивы для всех значений $2/\kappa t_T$ при $n_{2T}/n_2 = 1.0$ и могут быть неустойчивы при $1.58 \leq 2/\kappa t_T \leq 5.9$ для $n_{2T}/n_2 = 3.0$.

Пороговое значение нормированного коэффициента тепловой нелинейности, при превышении которого может проявляться неустойчивость платиконов, уменьшается с ростом амплитуды накачки (см. левую панель на рис. 2). Область неустойчивости становится шире с ростом как коэффициента тепловой нелинейности, так и амплитуды накачки (см. рис. 2). На левой панели рис. 3 представлены три возможных сценария динамики платикона в зависимости от величины времени тепловой релаксации для $n_{2T}/n_2 = 10, f = 3, \alpha = 71$. Они были получены путем моделирования эволюции входного плати-

конного импульса с амплитудным профилем, представленным на правой панели рис. 3, и наложенным слабым шумом. Энергия устойчивых решений сохраняется в двух случаях, при $2/\kappa t_T = 0.01$ и при $2/\kappa t_T = 0.3$. Для значений $2/\kappa t_T$ вблизи границы области неустойчивости платиконы могут испытывать осцилляции энергии (зеленая область), а для значений глубоко внутри, например, для $2/\kappa t_T = 0.4$, они быстро затухают (синяя линия, быстро стремящаяся к нулю).

Наиболее интересна нижняя граница области неустойчивости, так как в большинстве микрорезонаторных структур время тепловой релаксации существенно больше времени жизни фотона и, следовательно, $2/\kappa t_T \ll 1$. Согласно результатам проведенного исследования, для широкого диапазона параметров для положительной тепловой нелинейности платиконы устойчивы при $2/\kappa t_T \leq 0.1$, что справедливо для большинства реальных микрорезонаторов.

Далее рассмотрим случай «отрицательных» тепловых эффектов (отрицательной тепловой нелинейности). Было установлено, что если $n_{2T} < 0$, то условия устойчивости существенно отличаются от рассмотренного ранее случая. Неустойчивость проявляется, когда модуль коэффициента тепловой нелинейности $|n_{2T}/n_2|$ превышает некое предельное значение, которое уменьшается с ростом амплитуды накачки (см. рис. 4, 5). Ниже этого порога (при $|n_{2T}/n_2| \leq 1$ для $f = 3$), высокоэнергетичные платиконы с дискретных уровней и низкоэнергетичные с квазинепрерывного уровня устойчивы.

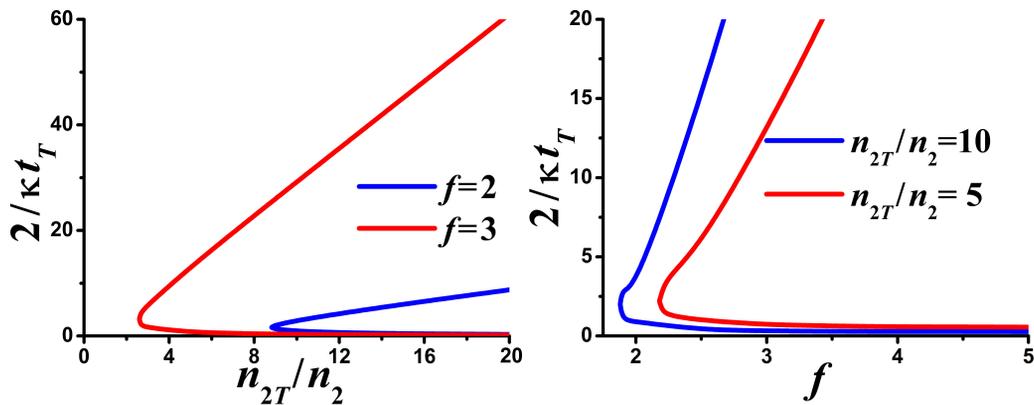


Рис. 2. Зависимость области устойчивости платиконов от коэффициента тепловой нелинейности (левая панель) и от амплитуды накачки (правая панель). Для параметров, указанных на каждой из панелей, платиконы могут быть неустойчивыми в области между сплошными линиями соответствующих цветов. Во всех случаях $d_2 = -0.02$

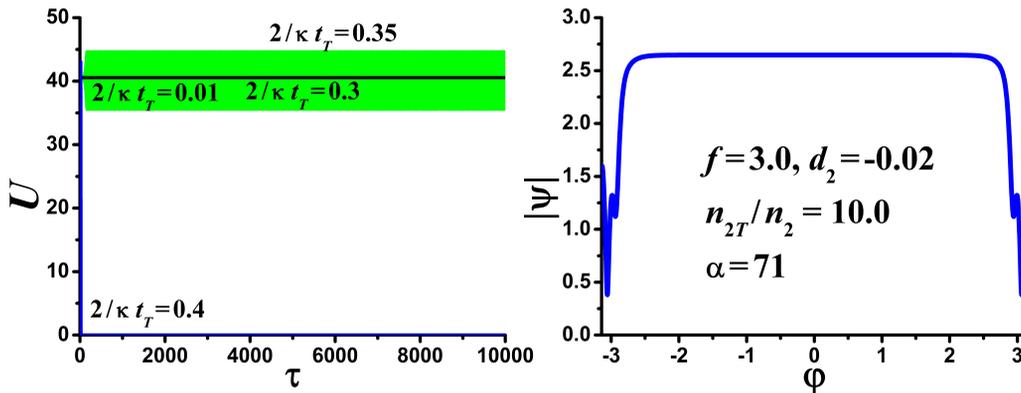


Рис. 3. Левая панель: сценарии эволюции энергии в резонаторе при начальном условии в виде платикона и различных значениях времени тепловой релаксации при $n_{2T}/n_2 = 10$, $f = 3$, $\alpha = 71$: устойчивое распространение при $2/\kappa t_T = 0.01$ и $2/\kappa t_T = 0.3$ — сплошная черная линия, осцилляции энергии при $2/\kappa t_T = 0.35$ — зеленая полоса, быстрое затухание при $2/\kappa t_T = 0.4$ — синяя линия. Правая панель: амплитудный профиль входного сигнала

С ростом величины тепловой нелинейности высокоэнергетичные широкие платиконы становятся неустойчивыми и устойчивость в основном сохраняют только низкоэнергетичные узкие платиконы, длительность которых существенно меньше времени обхода в резонаторе, а угловая ширина существенно меньше 2π . Зависимость энергии платикона U от отстройки частоты накачки α представлена на рис. 4 для $f = 3$ при $n_{2T}/n_2 = -1.0$ (левая панель) и $n_{2T}/n_2 = -3.0$ (правая панель). Области устойчивости выделены красными линиями. Структура спектральных областей устойчивости (совокупность диапазонов отстроек накачки) может быть достаточно сложной и сильно зависит от величины нор-

мированного на время жизни фотона времени тепловой релаксации $2/\kappa t_T$. Области устойчивости показаны на рис. 5, где каждая панель соответствует определенному значению тепловой нелинейности. Для наглядности на каждой панели несколько идентичных кривых $U(\alpha)$, на которых отмечены области устойчивости, разнесены в вертикальном направлении друг относительно друга, чтобы дать возможность сравнить области устойчивости для различных значений $2/\kappa t_T$ при фиксированных остальных параметрах.

Можно заметить, что разница между областями устойчивости для различных времен тепловой релаксации становится все более и более заметной с

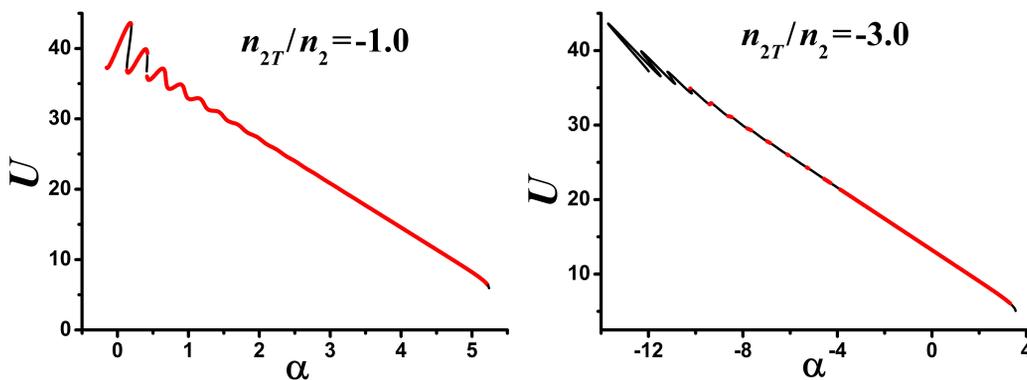


Рис. 4. Энергетические уровни платиконов при наличии «отрицательных» тепловых эффектов. Красные линии соответствуют устойчивым платиконовым при $2/\kappa t_T = 0.1$. Во всех случаях $f = 3, d_2 = -0.02$

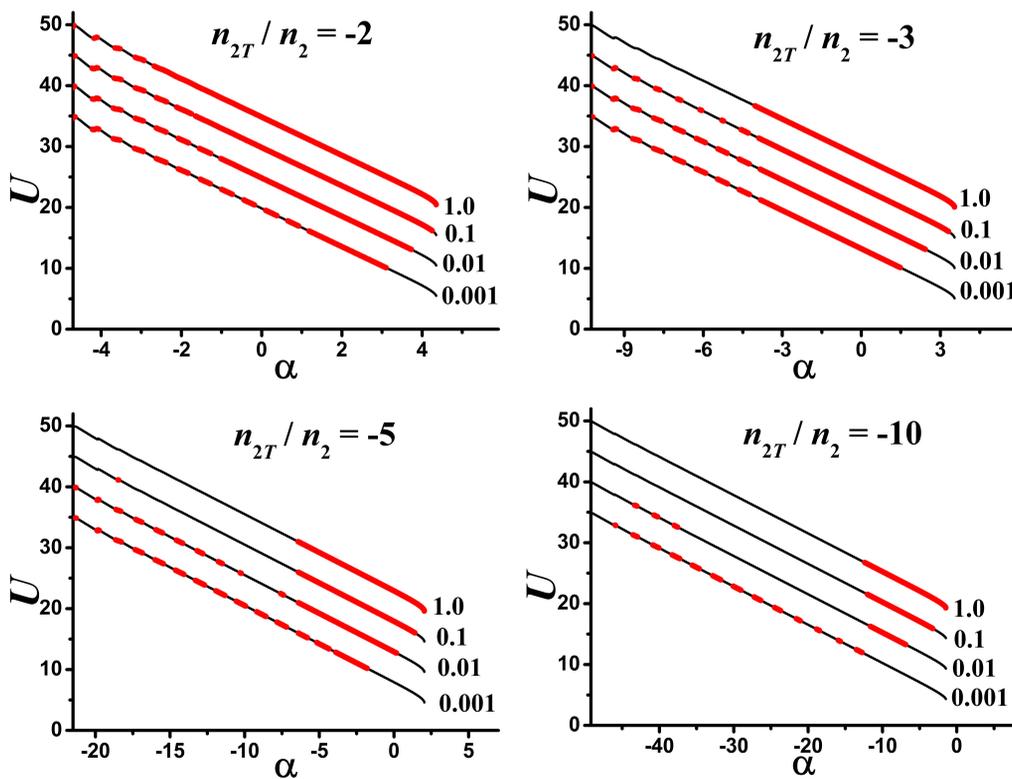


Рис. 5. Области устойчивости, выделенные красными линиями, для различных значений $2/\kappa t_T$. Для наглядности на каждой панели, соответствующей определенному значению нормированного коэффициента тепловой нелинейности, несколько идентичных кривых $U(\alpha)$ сдвинуты друг относительно друга в вертикальном направлении. Нижняя кривая на каждой панели получена путем численного решения уравнения (2). Кривые для $2/\kappa t_T = 0.01, 0.1$ и 1 являются копиями кривой для $2/\kappa t_T = 0.001$, сдвинутыми вдоль вертикальной оси на 5, 10 и 15, соответственно

ростом абсолютного значения нормированного коэффициента тепловой нелинейности (см. рис. 5). Ес-

ли отношение времени жизни фотона к времени тепловой релаксации $2/\kappa t_T$ превышает некоторое кри-

тическое значение, тогда существует сравнительно широкая область устойчивости вблизи правой границы области существования. Эта область становится уже с уменьшением $2/\kappa t_T$. Если $2/\kappa t_T$ меньше критического значения в этой спектральной области, платикон испытывает быстрое затухание. Это показано на рис. 6 для параметров с правой верхней панели рис. 5.

Вне этой наиболее широкой области устойчивости (слева от нее) может быть несколько узких областей устойчивости, но они существуют, если $2/\kappa t_T$ не превышает некоторое предельное значение (см. рис. 5 и 7). Характерные сценарии динамики платикона в этих областях представлены на рис. 7 для параметров с правой верхней панели рис. 5. Отметим, что с дальнейшим ростом величины тепловой нелинейности для наиболее широкой области устойчивости появляется и верхняя граница для $2/\kappa t_T$. Это пороговое значение уменьшается с ростом $|n_{2T}/n_2|$ и увеличивается с уменьшением отстройки частоты накачки (так как эта отстройка в основном отрицательна, то уменьшение означает увеличение абсолютной величины отстройки). Например, для $f = 3$ и $n_{2T}/n_2 = -20.0$ оно варьируется от $2/\kappa t_T = 0.68$ вблизи правой границы ($\alpha = -8.29$) до $2/\kappa t_T = 2.19$ на левой границе наиболее широкой области устойчивости ($\alpha = -25$).

Стоит отметить, что спектральная ширина (диапазон отстроек) области устойчивости при большой отрицательной тепловой нелинейности существенно меньше, чем при такой же по абсолютному значению, но положительной. Например, при $n_{2T}/n_2 = -20.0$, $f = 3$ нормированная ширина области устойчивости при $2/\kappa t_T = 0.1$ составляет $\delta\alpha_{stab} \approx 10$, а для $n_{2T}/n_2 = 20.0$ дает $\delta\alpha_{stab} \approx 35$.

Обобщая, можно сделать следующие выводы: тепловые эффекты приводят к изменению структуры энергетических уровней платиконов, частично снимая их вырождение по частоте. Если тепловая нелинейность становится достаточно большой, то может проявляться неустойчивость. В случае «положительных» тепловых эффектов устойчивы наиболее широкие высокоэнергетичные платиконы (см. правую панель на рис. 3). В случае «отрицательных» тепловых эффектов устойчивость сохраняют узкие низкоэнергетичные платиконы (см. правую панель на рис. 6).

4. ТЕПЛОИНДУЦИРОВАННАЯ ГЕНЕРАЦИЯ ПЛАТИКОНОВ

Также мы исследовали нелинейные эффекты, проявляющиеся при линейной по времени перестройке частоты накачки, описываемой соотношением $\alpha(\tau) = \alpha(0) + vt$, для различных значений амплитуды накачки f , нормированного времени тепловой релаксации $2/\kappa t_T$ и нормированного коэффициента тепловой нелинейности n_{2T}/n_2 . Отметим, что метод сканирования частоты накачки является стандартным методом генерации светлых солитонов в оптических микрорезонаторах [14]. Сканирование с увеличением отстройки будем считать прямым, а с уменьшением - обратным. При численном моделировании на каждом шаге сначала рассчитывался тепловой сдвиг Θ по известному значению энергии в резонаторе U , а затем методом расщепления решалось уравнение для поля Ψ . В случае положительной тепловой нелинейности $n_{2T}/n_2 > 0$ для широкого диапазона параметров при сканировании наблюдались стандартные треугольные резонансные кривые (см. рис. 8) и отсутствовала генерация новых спектральных компонент.

Однако, если тепловые эффекты являются «отрицательными», скорость перестройки частоты и отношение времени тепловой релаксации к времени жизни фотона достаточно малы, то в определенном диапазоне параметров наблюдается генерация платиконов. Для случая прямого сканирования было выявлено два режима генерации. Первый из них — режим плавной генерации — плавный переход от однородного решения к платикону при малых значениях амплитуды накачки f (рис. 9), который реализуется при сравнительно малых величинах $|n_{2T}/n_2|$ для узкого диапазона значений f , зависящего от конкретной величины коэффициента тепловой нелинейности. При $v = 0.001$ и $2/\kappa t_T = 0.1$ такой режим наблюдался для $|n_{2T}/n_2| \in [0.5; 2.1]$ и $f \in [1.3; 2.1]$. Признаком генерации может служить слабое искажение резонансной кривой (см. левую верхнюю панель на рис. 9). Точка, где начинается это искажение, совпадает с точкой, где происходит резкое изменение распределения поля в резонаторе (нижняя левая панель на рис. 9), а также спектр генерируемого сигнала (нижняя правая панель на рис. 9). Было проверено, что сгенерированные таким образом платиконы стабильно распространяются, если перестройка частоты накачки отключена. Это полностью соответствует результатам, полученным при исследовании устойчивости платиконов при наличии тепловых эффектов.

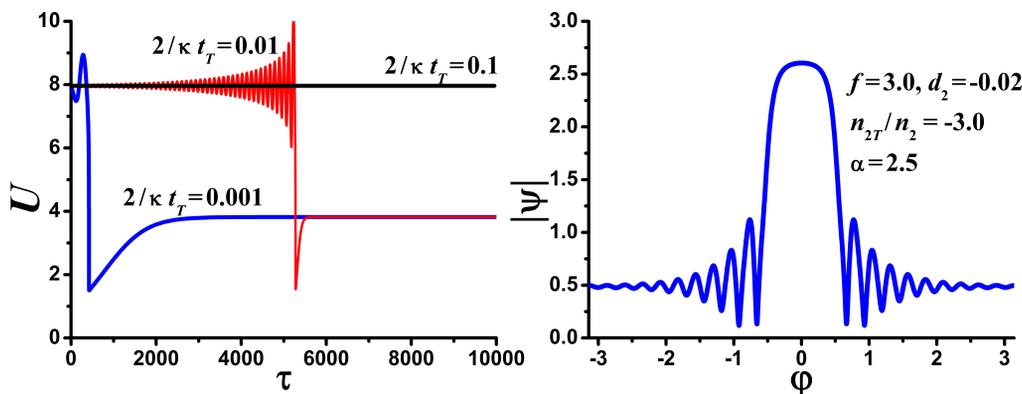


Рис. 6. Левая панель: сценарии эволюции энергии в резонаторе при начальном условии в виде платикона и различных значениях времени тепловой релаксации при $n_{2T}/n_2 = -3.0, f = 3, \alpha = 2.5$: устойчивое распространение при $2/\kappa t_T = 0.1$ — сплошная черная линия, неустойчивое распространение и быстрое затухание при $2/\kappa t_T = 0.01$ (красная линия) и $2/\kappa t_T = 0.001$ (синяя линия). Правая панель: амплитудный профиль входного сигнала

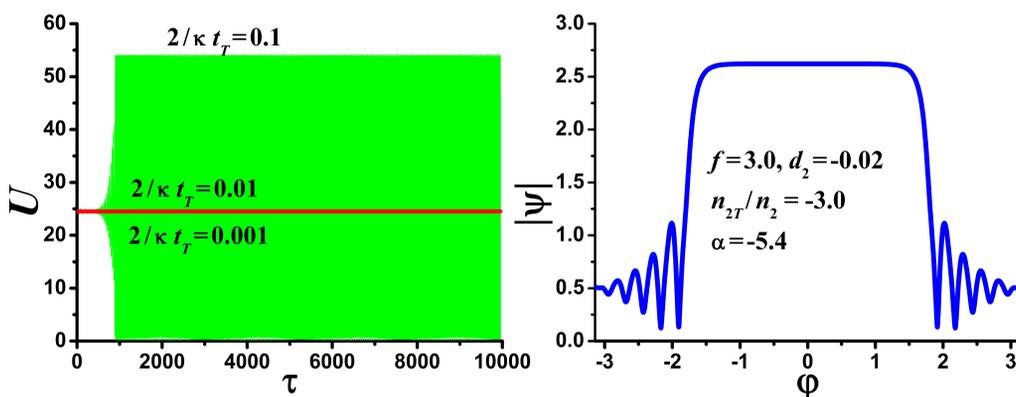


Рис. 7. Левая панель: сценарии эволюции энергии в резонаторе при начальном условии в виде платикона и различных значениях времени тепловой релаксации при $n_{2T}/n_2 = -3.0, f = 3, \alpha = -5.4$: устойчивое распространение при $2/\kappa t_T = 0.01$ и $2/\kappa t_T = 0.01$ — сплошная красная линия, неустойчивое распространение, распад и последующие осцилляции энергии при $2/\kappa t_T = 0.1$ - зеленая полоса. Правая панель: амплитудный профиль входного сигнала

При дальнейшем увеличении амплитуды накачки f , когда она лежит вне диапазона, необходимого для плавной генерации, генерация платикона не происходит, а наблюдаются ангармонические осцилляции энергии, причем только в моде накачки, которые при дальнейшей перестройке частоты переходят в низкоинтенсивное однородное решение. Отметим, что если в области осцилляций остановить перестройку частоты, они будут продолжаться.

Неожиданно оказалось, что для еще больших значений амплитуды накачки был выявлен второй режим генерации платиконов - осцилляторный. В этом режиме описанные ранее осцилляции трансформируются в платиконный режим при дальней-

шей перестройке частоты накачки (см. рис. 10). Стоит отметить, что критические для перехода в тот или иной режим значения амплитуды накачки зависят от конкретной комбинации скорости перестройки частоты, времени тепловой релаксации и коэффициента тепловой нелинейности.

Также было обнаружено, что если сканирование частоты остановить после возбуждения платикона и поменять его направление, то осцилляции, наблюдавшиеся при прямом скане, не будут возникать, и, следовательно, платиконный режим может наблюдаться при меньших значениях отстройки, чем при прямом сканировании. При дальнейшем росте амплитуды накачки наблюдается переход из обла-

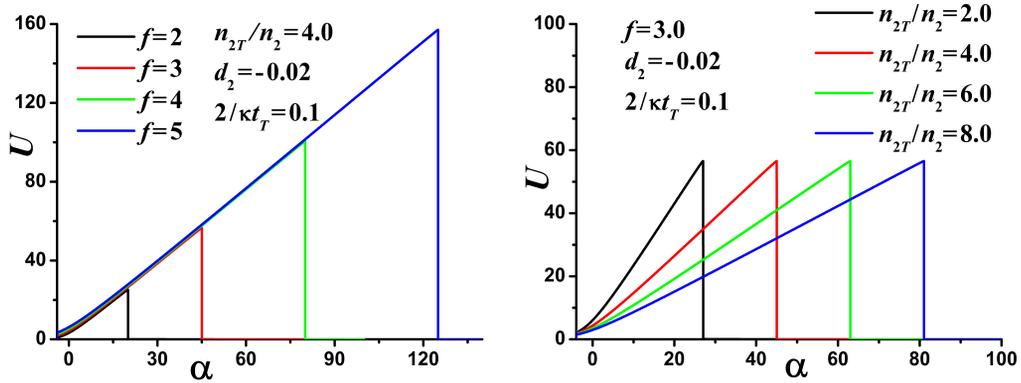


Рис. 8. Эволюция энергии U в резонаторе при изменении отстройки частоты накачки α для различных амплитуд накачки f (левая панель) и различных значений коэффициента тепловой нелинейности n_{2T}/n_2 (правая панель) при $2/\kappa t_T = 0.1$, $d_2 = -0.02$, $v = 0.001$

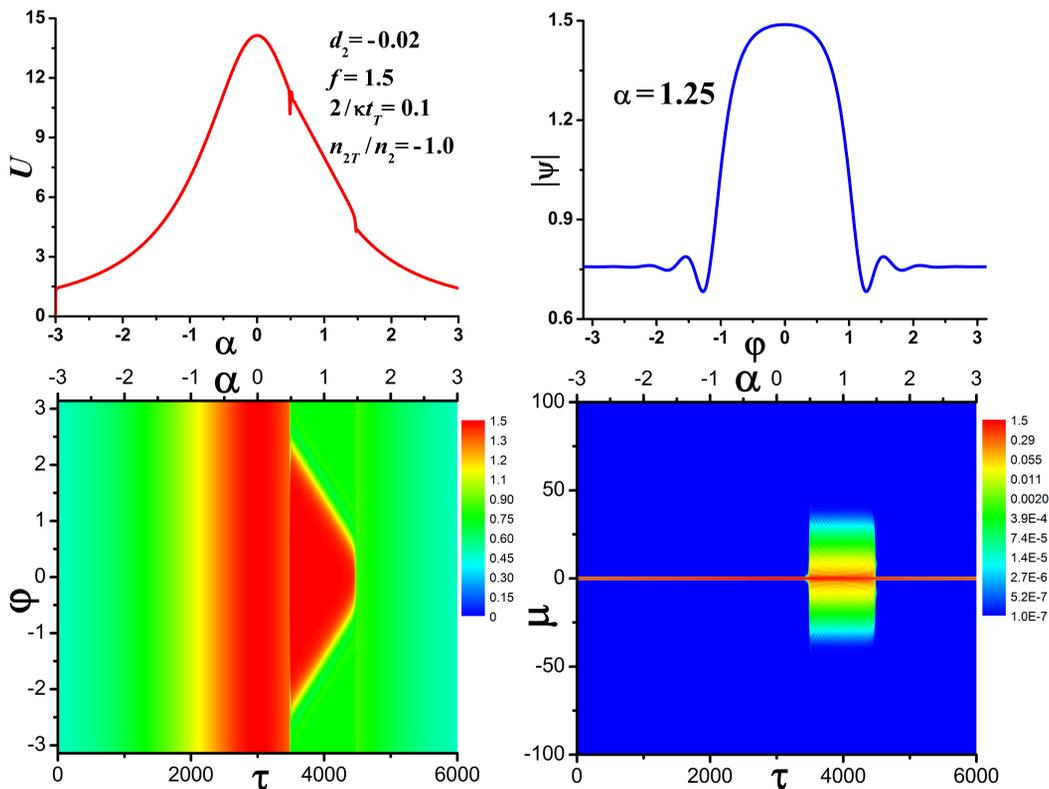


Рис. 9. Режим плавной генерации при $2/\kappa t_T = 0.1$, $n_{2T}/n_2 = -1.0$, $d_2 = -0.02$, $f = 1.5$ and $v = 0.001$. Верхняя левая панель: изменение энергии U при прямой перестройке отстройки частоты накачки α . Верхняя правая панель: амплитудный профиль сгенерированного платикона при $\alpha = 1.4$. Нижние панели: эволюция распределения поля (слева) и спектра (справа)

сти гарантированной генерации платикона к области возможной генерации. В этом случае от реализации к реализации платикон может либо возбуждаться, либо нет. При еще большей амплитуде на-

качки генерация платиконов не происходит.

Для уточнения области применимости данного метода генерации платиконов, мы определили допустимый диапазон параметров, обеспечивающий воз-

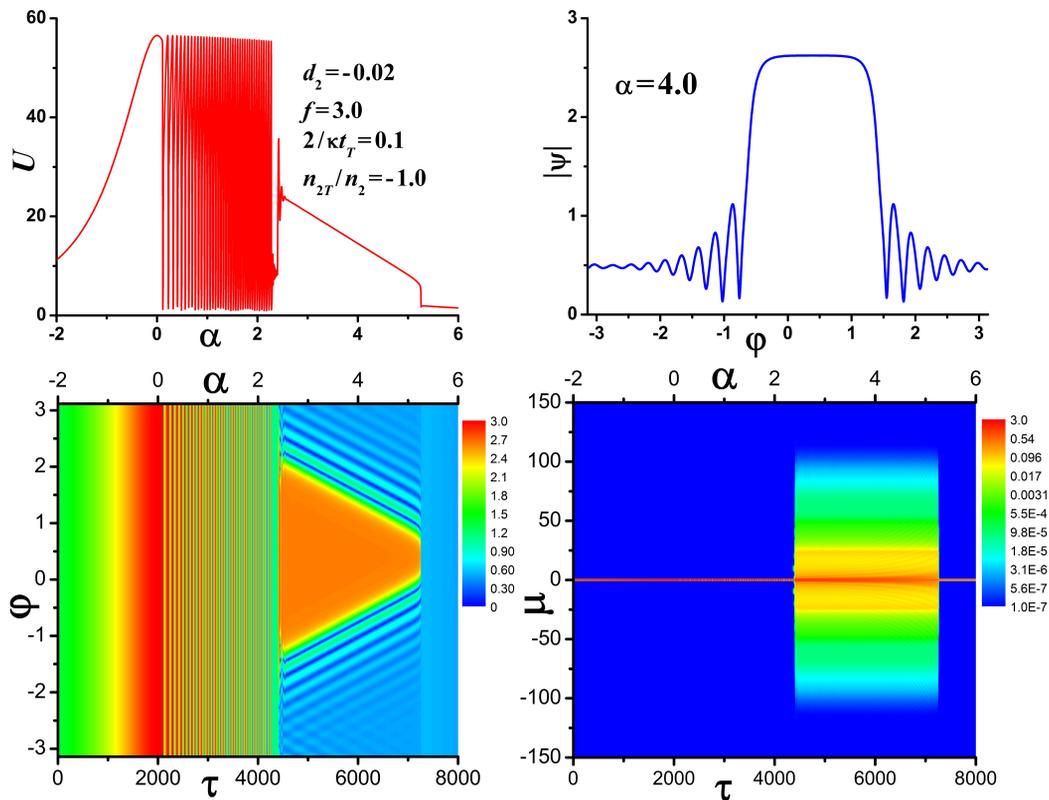


Рис. 10. Осцилляторный режим генерации при $2/\kappa t_T = 0.1$, $n_{2T}/n_2 = -1.0$, $d_2 = -0.02$, $f = 3.0$ and $v = 0.001$. Верхняя левая панель: изменение энергии U при прямой перестройке отстройки частоты накачки α . Верхняя правая панель: амплитудный профиль сгенерированного платикона при $\alpha = 1.4$. Нижние панели: эволюция распределения поля (слева) и спектра (справа)

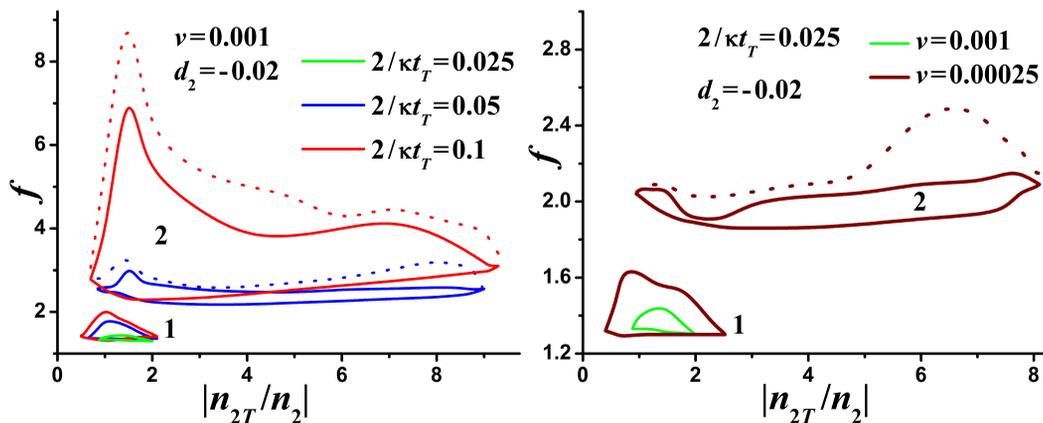


Рис. 11. Левая панель: области генерации платиконов для различных значений $2/\kappa t_T$ при $d_2 = -0.02$ и $v = 0.001$. Область 1 соответствует режиму плавной генерации, область 2 — осцилляторному режиму. Различные цвета линий соответствуют различным значениям времени тепловой релаксации. Между сплошной и штриховой линиями того же цвета генерация возможна, но в каждой отдельной реализации результат непредсказуем. Правая панель: области генерации для различных значений скорости перестройки частоты v при $d_2 = -0.02$ и $2/\kappa t_T = 0.025$

буждение таких структур в координатах, задающих нелинейную и тепловую динамику рассматри-

ваемой системы: нормированный коэффициент тепловой нелинейности n_{2T}/n_2 и безразмерная ампли-

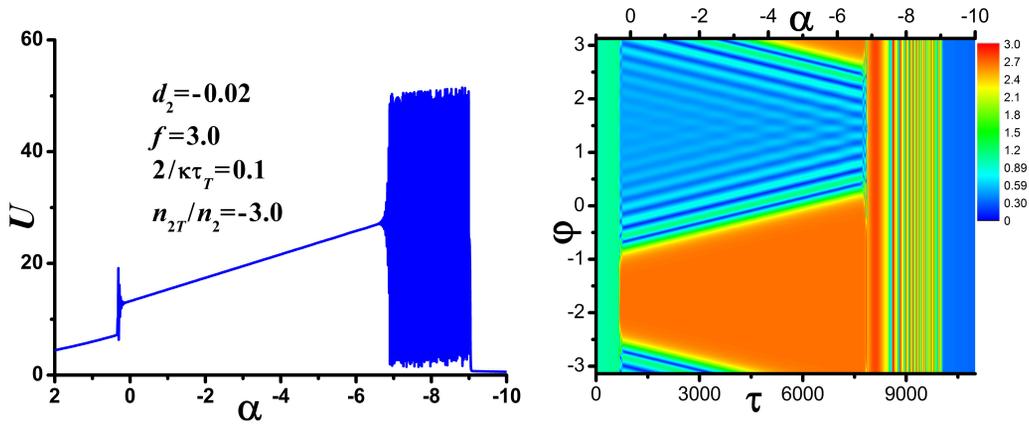


Рис. 12. Генерация платикона при обратной перестройке частоты накачки при $n_{2T}/n_2 = -3.0$, $d_2 = -0.02$ и $f = 3.0$. Левая панель: изменение энергии в резонаторе U при изменении отстройки α . Правая панель: эволюция распределения поля в резонаторе при обратной перестройке частоты

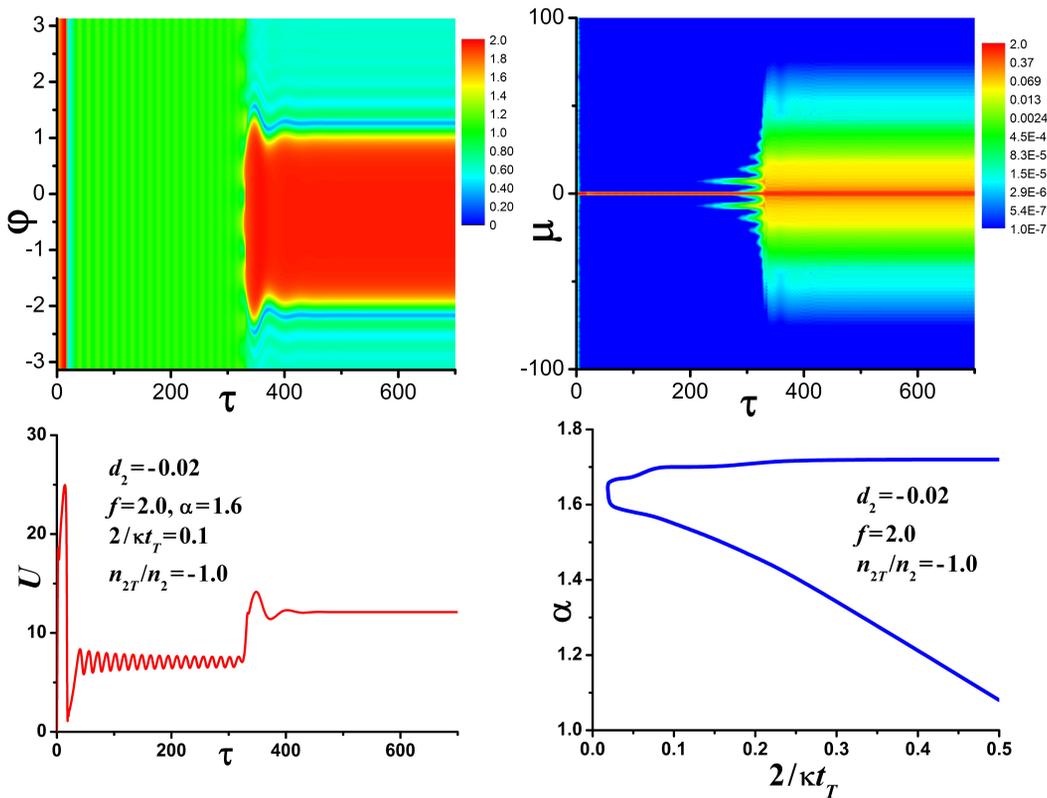


Рис. 13. Генерация платикона без перестройки частоты при $n_{2T}/n_2 = -1.0$, $d_2 = -0.02$ и $f = 2.0$. Верхние панели: эволюция распределения поля (слева) и спектра (справа) при $2/\kappa t_T = 0.1$ и $\alpha = 1.6$. Нижняя левая панель: зависимость энергии в резонаторе U от времени τ . Нижняя правая: диапазон отстроек частоты накачки α , допускающий генерацию платикона без перестройки частоты, в зависимости от времени тепловой релаксации $2/\kappa t_T$

туда накачки f для различных значений времени тепловой релаксации (см. левую панель на рис. 11; различные цвета соответствуют различным значениям $2/\kappa t_T$). Области гарантированной генерации

ограничены сплошными линиями; область возможной генерации — сплошной и штриховой линиями. Чтобы определить эти границы наиболее точно, для каждого набора параметров генерировались

несколько вариантов начальных условий и моделировались процессы в микрорезонаторе при прямой перестройке частоты.

Численный анализ показал, что области генерации становятся меньше с ростом времени тепловой релаксации (либо с уменьшением параметра $2/\kappa t_T$). Особенно это заметно для области осцилляторной генерации (обозначена цифрой 2 на рис. 11). При $2/\kappa t_T = 0.025$ и $v = 0.001$ (зеленые линии на левой панели рис. 11) такой режим отсутствовал. Однако уменьшение скорости перестройки частоты позволяет скомпенсировать эффект роста времени тепловой релаксации: при $2/\kappa t_T = 0.025$ и $v = 0.00025$ опять наблюдаются две области генерации (правая панель на рис. 11).

Также было выявлено, что области генерации становятся уже с ростом абсолютного значения коэффициента дисперсии групповых скоростей. Например, для областей, обозначенных красными линиями на левой панели рис. 11, наблюдалось их заметное уширение при уменьшении модуля коэффициента дисперсии с 0.02 до 0.01, а при его увеличении с 0.02 до 0.08 область осцилляторного режима исчезала. При увеличении коэффициента дисперсии для сохранения генерации платиконов также необходимо уменьшать скорость перестройки частоты. Интересно, что при достаточно больших значениях модуля коэффициента дисперсии (например, при $v = 0.0001$, $d_2 = -0.08$, $2/\kappa t_T = 0.1$, $n_{2T}/n_2 = -4.0$) наблюдалась трансформация процесса генерации устойчивого стационарного платикона в генерацию осциллирующего платикона-бризера.

Генерация платиконов также наблюдалась и при обратной перестройке частоты (при уменьшении отстройки со временем) (см. рис. 12). Было обнаружено, что в ряде случаев генерация при обратном сканировании обеспечивает генерацию платиконов в большем диапазоне значений коэффициента тепловой нелинейности. Однако, поскольку, как было показано ранее, высокоэнергетичные платиконы могут быть неустойчивы при отрицательной тепловой нелинейности, то область генерации при обратном скане существенно ограничена областью устойчивости платиконов.

Более того, было обнаружено, что в ряде случаев генерация платиконов возможна при слабом шумоподобном начальном условии и без сканирования частоты накачки (см. рис. 13). Это позволяет существенно упростить систему генерации за счет отказа от сложных систем перестройки и контроля частоты лазера, а также использовать для накачки более стабильные и доступные неперестраиваемые

лазеры. Область отстроек, где возможна генерация без перестройки частоты, сужается с ростом времени тепловой релаксации (см. рис. 13, правая нижняя панель).

Согласно предварительным оценкам, основывающимся на используемой упрощенной модели, выявленные условия генерации платиконов за счет тепловых эффектов выглядят вполне достижимыми экспериментально. Чтобы достичь $2/\kappa t_T > 0.025$ на длине волны $\lambda = 1.55 \mu\text{м}$ для времени тепловой релаксации $100 \mu\text{с}$ необходимо использовать микрорезонатор с добротностью $Q > 1.95 \cdot 10^9$, что вполне возможно в кристаллических микрорезонаторах (например, из фторида кальция [52], обладающего к тому же отрицательной терморелракцией) и практически возможно в интегральных структурах [53]. Согласно нашим численным результатам, безразмерная скорость перестройки частоты v должна быть меньше 0.001. Можно легко пересчитать эту величину в реальную скорость перестройки частоты, воспользовавшись простой формулой:

$$\frac{d\omega_p/2\pi}{dt} = v \frac{\pi c^2}{2\lambda_p^2 Q^2}.$$

Для $Q = 5 \cdot 10^9$ и $\lambda_p = 1.55 \mu\text{м}$ величина $v = 0.001$ соответствует скорости перестройки 3.65 МГц/с. Достаточно малый коэффициент дисперсии групповых скоростей может быть получен путем оптимизации формы поперечного сечения микрорезонатора [54–57]. Мощность накачки должна быть подобрана таким образом, чтобы безразмерная амплитуда, также зависящая от добротности микрорезонатора и эффективности связи, находилась в диапазоне ($f = 1.3...4$). Точный допустимый диапазон зависит от значений коэффициента тепловой нелинейности и времени тепловой релаксации.

5. ВЫВОДЫ

В данной работе изучены свойства платиконов в нагретых микрорезонаторах с нормальной дисперсией групповых скоростей и показано, что в случае «положительных» тепловых эффектов, когда направление теплового сдвига резонансных частот микрорезонатора совпадает с направлением нелинейного сдвига, устойчивы наиболее широкие высокоэнергетичные платиконы. В случае «отрицательных» тепловых эффектов устойчивость сохраняют узкие низкоэнергетичные платиконы. Показано, что в микрорезонаторах с «отрицательными» тепловыми эффектами взаимодействие кубично-нелинейных

и тепловых процессов может обеспечить возможность генерации платиконов без применения других методик, считающихся необходимыми в иных случаях. Определены условия теплоиндуцированного возбуждения платиконов.

Финансирование. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Научного Фонда (проект № 22-22-00872).

ЛИТЕРАТУРА

1. V. B. Braginsky, M. L. Gorodetsky, V. S. Ilchenko, *Physics Letters A* **137**, 393 (1989).
2. V. S. Ilchenko, A. B. Matsko, *IEEE Journ. Sel. Top. Quant. El* **12(1)**, 3 (2006).
3. М. Л. Городецкий. Оптические микрорезонаторы с гигантской добротностью. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. 416 с.
4. V. S. Ilchenko, A. B. Matsko, *IEEE Journ. Sel. Top. Quant. El* **12(1)**, 15 (2006).
5. J. Ward, O. Benson, *Laser Photon. Rev.* **5**, 553 (2011).
6. D. V. Strekalov, C. Marquard, A. B. Matsko et al., *Journ. Opt.* **18(12)**, 123002 (2016).
7. G. Lin, A. Coillet, Y. K. Chembo, *Adv. Opt. Photon.* **9(4)**, 828 (2017).
8. V. Ilchenko, M. L. Gorodetskii, *Las. Phys.* **2**, 1004 (1992).
9. A. E. Fomin, M. L. Gorodetsky, I. S. Grudinin et al., *J. Opt. Soc. Am. B* **22(2)**, 459 (2005).
10. T. Carmon, L. Yang, K. J. Vahala, *Opt. Express* **12(20)**, 4742 (2004).
11. S. Diallo, G. Lin, Y. K. Chembo, *Opt. Lett.* **40(16)**, 3834 (2015).
12. A. Leshem, Z. Qi, T. F. Carruthers et al., *Phys. Rev. A* **103**, 013512 (2021).
13. P. Del'Haye, A. Schliesser, O. Arcizet et al., *Nature* **450(7173)**, 1214 (2007).
14. T. Herr, V. Brasch, J. D. Jost et al., *Nat. Photon.* **8(2)**, 145 (2014).
15. T. J. Kippenberg, A. L. Gaeta, M. Lipson et al., *Science* **361(6402)**, eaan8083 (2018).
16. A. Pasquazi, M. Peccianti, L. Razzari et al., *Phys. Rep.* **729**, 1 (2018).
17. A. Kovach, D. Chen, J. He et al., *Adv. Opt. Photon.* **12(1)**, 135 (2020).
18. A. Hermans, K. Van Gasse, B. Kuyken, *APL Photonics* **7**, 100901 (2022).
19. Y. Sun, J. Wu, M. Tan et al., *Adv. Opt. Photon.* **15**, 86 (2023).
20. C. Bao, Y. Xuan, J. A. Jaramillo-Villegas et al., *Opt. Lett.* **42(13)**, 2519 (2017).
21. J. R. Stone, T. C. Briles, T. E. Drake et al., *Phys. Rev. Lett.* **121**, 063902 (2018).
22. T. Wildi, V. Brasch, J. Liu et al., *Opt. Lett.* **44(18)**, 4447 (2019).
23. Q. Li, T. C. Briles, D. A. Westly et al., *Optica* **4(2)**, 193 (2017).
24. V. Brasch, M. Geiselmann, T. Herr et al., *Science* **351(6271)**, 357 (2016).
25. V. Brasch, M. Geiselmann, M. H. P. Pfeiffer et al., *Opt. Express* **24(25)**, 29312 (2016).
26. X. Yi, Q.-F. Yang, K. Y. Yang et al., *Opt. Lett.* **41(9)**, 2037 (2016).
27. G. Moille, X. Lu, A. Rao et al., *Phys. Rev. Applied* **12**, 034057 (2019).
28. S. Zhang, J. M. Silver, L. Del Bino et al., *Optica* **6(2)**, 206 (2019).
29. H. Zhou, Y. Geng, W. Cui et al., *Light: Science & Applications* **8(1)**, 50 (2019).
30. N. M. Kondratiev, V. E. Lobanov, A. V. Cherenkov et al., *Opt. Express* **25(23)**, 28167 (2017).
31. N. G. Pavlov, S. Koptyaev, G. V. Lihachev et al., *Nature Photon.* **12(11)**, 694 (2018).
32. N. M. Kondratiev, V. E. Lobanov, E. A. Lonshakov et al., *Opt. Express* **28(26)**, 38892 (2020).
33. B. Shen, L. Chang, J. Liu et al., *Nature* **583(7812)**, 365 (2020).
34. Н. Ю. Дмитриев, А. С. Волошин, Н. М. Кондратьев и др., *ЖЭТФ*, **162(1)**, 14 (2022).
35. N. M. Kondratiev, V. E. Lobanov, A. E. Shitikov et al., *Front. Phys.* (2023).
36. V. E. Lobanov, G. Lihachev, T. J. Kippenberg et al., *Opt. Express* **23(6)**, 7713 (2015).
37. C. Godey, I. V. Balakireva, A. Coillet et al., *Phys. Rev. A* **89**, 063814 (2014).
38. X. Xue, P.-H. Wang, Y. Xuan et al., *Laser & Photon. Rev.* **11(1)**, 1600276 (2017).

39. B. Y. Kim, Y. Okawachi, J. K. Jang et al., *Opt. Lett.* **44**(18), 4475 (2019).
40. A. Fülöp, M. Mazur, Mikael, A. Lorences-Riesgo et al., *Nat. Comm.* **9**(1), 1598 (2018)
41. Ó. B. Helgason, A. Fülöp, J. Schröder et al., *J. Opt. Soc. Am. B* **36**(8), 2013 (2019).
42. X. Xue, Y. Xuan, P.-H. Wang et al., *Las. & Photon. Rev.* **9**(4), L23 (2015).
43. S.-P. Yu, E. Lucas, J. Zang et al., *Nat. Comm.* **13**(1), 3134 (2022).
44. V. E. Lobanov, N. M. Kondratiev, A. E. Shitikov et al., *Phys. Rev. A* **100**, 013807 (2019).
45. H. Liu, S.-W. Huang, W. Wang et al., *Photon. Res.* **10**(8), 1877 (2022).
46. W. Jin, Q.-F. Yang, L. Chang et al., *Nat. Photon.* **15**, 346 (2021).
47. G. Lihachev, W. Weng, J. Liu et al., *Nat. Commun.* **13**(1), 1771 (2022).
48. А. Е. Шитиков, А. С. Волошин, И. К. Горелов и др., *ЖЭТФ* **161**(3),1 (2022).
49. A. Savchenkov, A. Matsko, *Journ. Opt.* **20**(3), 035801 (2018).
50. J. Lim, A. A. Savchenkov, E. Dale et al., *Nat. Commun.* **8**(1), 8 (2017).
51. P. Parra-Rivas, E. Knobloch, D. Gomila et al., *Phys. Rev. A* **93**, 063839 (2016).
52. A. A. Savchenkov, A. B. Matsko, V. S. Ilchenko et al., *Opt. Express* **15**(11), 6768 (2007).
53. L. Wu, H. Wang, Q. Yang et al., *Opt. Lett.* **45**(18), 5129 (2020).
54. I. S. Grudinin, N. Yu, *Optica* **2**, 221 (2015).
55. S. Fujii, T. Tanabe, *Nanophotonics* **9**(5), 1087 (2020).
56. S.-P. Wang, T.-H. Lee, Y.-Y. Chen et al., *Micromachines.* **13**, 454 (2022).
57. Ch. Zhang, G. Kang, J. Wang, et al., *Opt. Express.* **30**, 44395 (2022).