

ВЛИЯНИЕ ЛОКАЛЬНОЙ МАГНИТНОЙ АНИЗОТРОПИИ НА ФЕРРОМАГНИТНЫЙ РЕЗОНАНС В ПЕРПЕНДИКУЛЯРНО НАМАГНИЧЕННОЙ ПЛЕНКЕ

В. А. Игнатченко^{*}, Д. С. Цикалов^{**}, Д. С. Полухин^{***}

Институт физики им. Л. В. Киренского
ФИЦ КНЦ Сибирского отделения Российской академии наук
660036, Красноярск, Россия

Поступила в редакцию 10 июня 2024 г.,
после переработки 9 сентября 2024 г.
Принята к публикации 2 октября 2024 г.

Рассчитано влияние 1D- и 2D-неоднородностей величины и ориентации оси одноосной магнитной анизотропии на ферромагнитный резонанс в перпендикулярно намагниченных пленках в зависимости от нормированного волнового числа неоднородностей $k_c d$, где $k_c = r_c^{-1}$, r_c — радиус корреляций и d — толщина пленки. Исследована применимость различных приближений к описанию функции Грина для волнового спектра, обусловленного магнитодипольными и обменными спиновыми волнами. Показано, что как первое приближение теории возмущений, так и широко используемое в физике стандартное самосогласованное приближение приводят к искажениям либо формы, либо величины линии ферромагнитного резонанса и могут использоваться только при малых размерах неоднородностей. Отличие от нуля исходного затухания приводит к расширению интервала применимости этих приближений. Новое самосогласованное приближение для вершинной функции хорошо описывает все параметры функции Грина для всех рассмотренных интервалов значений $k_c d$. Показано, что значительное влияние магнитодипольных волн на величину и форму линии ферромагнитного резонанса проявляется при малых радиусах корреляции. В этом случае их вклад превышает вклад обменных спиновых волн. Сформулирован и проверен принцип подобия для восприимчивости ферромагнитного резонанса: восприимчивость ферромагнитного резонанса одинакова, если произведения $k_c d$ разных пленок равны друг другу.

DOI: 10.31857/S0044451025020099

1. ВВЕДЕНИЕ

Неоднородность ориентации оси одноосной магнитной анизотропии $\mathbf{l}(\mathbf{x})$ влияет на ферромагнитный резонанс (ФМР) двумя путями: прямым действием $\mathbf{l}(\mathbf{x})$ на динамические переменные $\mathbf{m}(\mathbf{x}, t)$ и косвенным путем, генерируя в образце стохастическую магнитную структуру (СМС) $\mathbf{M}(\mathbf{x})$, называемую также «рябью намагниченности», которая затем влияет на динамические переменные ($\mathbf{l}(\mathbf{x}) \rightarrow \mathbf{M}(\mathbf{x}) \rightarrow \mathbf{m}(\mathbf{x}, t)$). Влияние неоднородности оси анизотропии на ФМР обоими этими путями в тонкой пленке, намагниченной в своей плоскости, было рассмотрено в работе [1]. Теория «ряби

намагниченности» была уже развита к тому времени в работах [2–4]. Однако примененный в этих работах метод был неудобен для развития динамической теории. Поэтому теория СМС, основанная на корреляционной теории случайных функций, была развита в работе [1]. Кроме того, задача нахождения магнитодипольных полей, обусловленных как объемными, так и поверхностными магнитными зарядами, возникает в тонкой пленке при исследовании как статических, $\mathbf{M}(\mathbf{x})$, так и динамических, $\mathbf{m}(\mathbf{x}, t)$, неоднородностей. Эта задача также была решена в работе [1], и аналитические выражения для магнитодипольных полей получены. Аналогичная теория СМС была развита и аналогичные выражения для магнитодипольных полей получены независимо в работе [5] практически одновременно с работой [1]: работа [1] опубликована в январе, а работа [5] — в феврале 1968 г.

^{*} E-mail: vignatch@iph.krasn.ru

^{**} E-mail: d_tsikalov@iph.krasn.ru

^{***} E-mail: polukhin@iph.krasn.ru

Влияние неоднородностей анизотропии на ФМР и спиновые волны в массивных материалах и тонких пленках исследовалось как классическими [1, 6–9], так и квантовыми [10] методами в приближении первого порядка теории возмущений. Самосогласованное приближение (self-consistent approximation, SCA) для функций Грина было предложено в работах [11, 12] и затем анализировалось и развивалось в работах [13, 17]. В дальнейшем оно использовалось — и продолжает широко использоваться — в различных областях физики [18–23]. В теории ФМР и спиновых волн в неоднородных средах SCA дает возможность получить выражение для высокочастотной восприимчивости и более точно определить все параметры резонансных пиков; был также предложен [24] и другой подход, в котором самосогласованным образом находилась не восприимчивость, а комплексная частота, т. е. смещение и уширение линии ФМР. В работах [25, 26] SCA под другим названием применялось для исследования восприимчивости ФМР, спиновых волн. В работах [27, 28] оно фигурирует под названием стандартное SCA¹⁾. В работе [27] было предложено, а в работе [28] исследовано новое SCA более высокого уровня. В новом SCA уравнения самосогласования вводятся не для функции Грина G , а для вершинной функции Γ , с которой функция Грина связана точным уравнением. В отличие от стандартного SCA, новое SCA, помимо диаграмм для функции G с непересекающимися линиями корреляций, включает большое количество диаграмм с пересекающимися линиями корреляций. Это позволяет, в частности, получить правильную форму линии ФМР для случая неоднородностей большого размера, когда стандартное SCA приводит к ошибкам.

Следует отметить большую важность и другого подхода к исследованию ФМР в неоднородных средах, базирующегося на численном моделировании задачи [29–31]. Полученные в таком подходе результаты играют роль данных идеального эксперимента, сравнение с которым позволяет оценить справедливость и точность различных аналитических теорий. Примером может быть сравнение методов нового и стандартного SCA, проведенное в работе [28] не только между собой, но и с результатами численного моделирования, выполненного нами в той же работе. В работе [32] новое SCA было использовано

для исследования влияния неоднородностей величины магнитной анизотропии $\beta(\mathbf{x})$ на ФМР в пленке, намагниченной перпендикулярно ее поверхности. Целью работы было продемонстрировать преимущество нового SCA по сравнению со стандартным SCA и определить, для каких параметров ФМР это преимущество проявляется наиболее ярко. Поэтому исследовалась идеализированная модель, не учитывающая неоднородных магнитодипольных полей и исходного затухания магнитных колебаний в пленке.

Целью настоящего исследования является расчет влияния как неоднородности оси, так и величины магнитной анизотропии для более реальной ситуации, учитывающей неоднородные магнитодипольные поля и исходное затухание магнитных колебаний. Для расчета используются как методы теории возмущений, так и методы стандартного и нового SCA. Ввиду сложности задачи, исследование разделено на две части. В настоящей работе исследовано прямое действие неоднородностей как оси, так и величины магнитной анизотропии на параметры ФМР. Изучение СМС, вызываемой неоднородностью оси анизотропии, и ее влияния на параметры ФМР требует дальнейшей работы. Исследование выполняется для одномерных (1D) и двумерных (2D) неоднородностей в плоскости пленки и одномерных по толщине пленки.

2. ФУНКЦИЯ ГРИНА ДЛЯ ПЛОСКОГО БЕСКОНЕЧНОГО СЛОЯ

Рассмотрим плотность свободной энергии в виде

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2}\alpha \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_i} \right)^2 - \frac{1}{2}\tilde{\beta}_0 (\mathbf{M} \cdot \mathbf{n})^2 - \frac{1}{2}\beta (\mathbf{M} \cdot \mathbf{l})^2 - \mathbf{H} \cdot \mathbf{M} - \frac{1}{2} \mathbf{H}^{(d)} \cdot \mathbf{M}, \quad (1)$$

где предполагается суммирование по дважды повторяющемуся индексу $i = x, y, z$. Здесь \mathbf{M} — вектор намагниченности, α — параметр обмена, \mathbf{H} — внешнее магнитное поле, которое далее представляем в виде $\mathbf{H} = H_0 \mathbf{n} + \mathbf{h}$, где направление постоянного магнитного поля H_0 совпадает с осью анизотропии \mathbf{n} и перпендикулярно плоскости пленки, \mathbf{h} — переменное магнитное поле, ориентированное в плоскости пленки, $\mathbf{H}^{(d)}$ — магнитодипольное поле, $\tilde{\beta}_0(\mathbf{x})$ — одноосная магнитная анизотропия, легкая ось которой направлена вдоль орта \mathbf{n} (вдоль оси z), а величина ее может быть неоднородной, β — константа одноосной локальной магнитной анизотропии, направле-

¹⁾ Термин «приближение когерентного потенциала» в работах [25, 26] следовало бы заменить термином «самосогласованное приближение» с соответствующими ссылками. Это не приводит к изменениям в полученных в работах конкретных результатах.

ние легкой оси которой является случайной функцией координат: $\mathbf{l} = \mathbf{l}(\mathbf{x})$. Величину одноосной магнитной анизотропии с легкой осью, направленной вдоль \mathbf{n} , представим в виде

$$\tilde{\beta}_0(\mathbf{x}) = \beta_0 + \Delta\beta_0\rho(\mathbf{x}), \quad (2)$$

где β_0 — средняя величина параметра анизотропии, $\Delta\beta_0$ — его среднеквадратичное отклонение, $\rho(\mathbf{x})$ — центрированная ($\langle\rho(\mathbf{x})\rangle = 0$) и нормированная ($\langle\rho^2(\mathbf{x})\rangle = 1$) случайная функция координат. Представление энергии анизотропии в виде двух членов в уравнении (1) позволяет нам рассматривать совместно два случая: первый — неоднородность величины анизотропии при однородности направления ее оси ($\Delta\beta_0 \neq 0, \beta = 0$), и второй — неоднородность ориентации оси анизотропии при однородности ее величины ($\Delta\beta_0 = 0, \beta \neq 0$).

Далее мы рассматриваем волны в магнитной пленке, не ограниченной в плоскости xy , при условии отсутствия закрепления колебаний на поверхности пленки. Полагаем также, что все рассматриваемые величины (неоднородности магнитной анизотропии, магнитные неоднородности и колебания) однородны по толщине пленки. Поэтому во всех дальнейших выражениях индекс суммирования i принимает только два значения, x и y .

Рассмотрим уравнение Ландау–Лифшица для вектора намагниченности \mathbf{M} с членом исходного затухания в форме Гильберта:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -g[\mathbf{M} \times \mathbf{H}^e] + \frac{\xi}{M_0} \left[\mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} \right], \quad (3)$$

где g — гиромагнитное отношение, ξ — безразмерный параметр затухания, \mathbf{H}^e — эффективное магнитное поле, которое определяется выражением

$$\mathbf{H}^e = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \mathbf{M}} + \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial (\partial \mathbf{M} / \partial x_i)}. \quad (4)$$

Это соответствует решению вариационной задачи при условии сохранения во времени и пространстве модуля намагниченности,

$$\frac{\partial M}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial M}{\partial x_i} = 0. \quad (5)$$

Эффективное магнитное поле для плотности энергии (1) имеет вид

$$\mathbf{H}^e = \alpha \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial x_i^2} + \tilde{\beta}_0 (\mathbf{n} \cdot \mathbf{M}) \mathbf{n} + \beta (\mathbf{l} \cdot \mathbf{M}) \mathbf{l} + \mathbf{H} + \mathbf{H}^{(d)}. \quad (6)$$

В этой работе мы рассматриваем только прямое действие неоднородностей оси анизотропии на ди-

намические переменные намагниченности. Косвенное взаимодействие через возникающую стохастическую магнитную структуру (рябь намагниченности) требует отдельного изучения. Мы рассматриваем достаточно большие магнитные поля H_0 , соответствующие ориентации статической намагниченности \mathbf{M}_0 перпендикулярно плоскости пленки вдоль оси z , а вектора динамической намагниченности $\mathbf{m}(\mathbf{x}, t)$ в плоскости xy :

$$H_0 > (4\pi - \beta_0)M_0. \quad (7)$$

Полагая, что $\mathbf{m}(t), \mathbf{h}(t) \propto e^{i\omega t}$, и линеаризуя уравнение (3) до первых степеней \mathbf{m} , получаем систему уравнений для проекций m_x и m_y :

$$\alpha\omega_M \frac{\partial^2 m_x}{\partial x_i^2} + i\omega(m_y - \xi m_x) - \omega_0 m_x + \omega_M(h_x^d + h_x^0) = \omega_M [(\beta R_x + \Delta\beta_0\rho)m_x - \beta\rho_{xy}m_y], \quad (8)$$

$$\alpha\omega_M \frac{\partial^2 m_y}{\partial x_i^2} - i\omega(m_x + \xi m_y) - \omega_0 m_y + \omega_M(h_y^d + h_y^0) = \omega_M [(\beta R_y + \Delta\beta_0\rho)m_y - \beta\rho_{xy}m_x]. \quad (9)$$

Здесь $\omega_0 = g[H_0 - (4\pi - \beta_0)M_0]$ — частота ФМР в однородной среде ($\beta = 0, \Delta\beta_0 = 0$), $\omega_M = gM_0$, $h_{x,y}^0$ — возбуждающие внешние высокочастотные поля, приближенно однородные в плоскости пленки,

$$\begin{aligned} \rho_{ij}(\mathbf{x}) &= l_i(\mathbf{x})l_j(\mathbf{x}), \\ R_x(\mathbf{x}) &= \rho_{zz}(\mathbf{x}) - \rho_{xx}(\mathbf{x}), \\ R_y(\mathbf{x}) &= \rho_{zz}(\mathbf{x}) - \rho_{yy}(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (10)$$

— случайные функции координат, описывающие неоднородность оси магнитной анизотропии.

Неоднородные магнитодипольные поля h_x^d и h_y^d описываются системой уравнений Максвелла в магнитостатическом приближении [33]

$$\text{rot } \mathbf{h}^d(\mathbf{x}, \omega) = 0, \quad (11)$$

$$\text{div } \mathbf{h}^d(\mathbf{x}, \omega) = -4\pi \text{div } \mathbf{m}(\mathbf{x}, \omega). \quad (12)$$

В неограниченном пространстве эти поля определяются объемными магнитными зарядами ($\text{div } \mathbf{m}(\mathbf{x})$). Задача нахождения магнитодипольных полей в неограниченном пространстве решается преобразованием фурье-векторов поля и намагниченности:

$$\mathbf{m}(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^\tau} \int \mathbf{m}_\mathbf{k} e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}} d\mathbf{k}, \quad (13)$$

$$\mathbf{m}_\mathbf{k} = \int \mathbf{m}(\mathbf{x}) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}} d\mathbf{x}, \quad (14)$$

где $\mathbf{x} = \{x, y\}$ и $\mathbf{k} = \{k_x, k_y\}$ — в общем случае двумерные векторы, τ — размерность пространства. Из системы уравнений (11) и (12) следует точная формула для фурье-трансформанты магнитодипольного поля [33]:

$$\mathbf{h}_{\mathbf{k}}^d = \frac{4\pi\mathbf{k}}{k^2}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{m}_{\mathbf{k}}). \quad (15)$$

В ограниченном веществе магнитодипольное поле определяется как объемными, так и поверхностными зарядами, связанными со скачками намагниченности на поверхности. Задача нахождения магнитодипольного поля в этом случае усложняется: требуется найти решение уравнения Пуассона для магнитоэстатического потенциала $\varphi(x, y, z)$, который является трехмерным,

$$\nabla^2\varphi(x, y, z) = 4\pi\nabla\mathbf{m}(x, y), \quad (16)$$

с соответствующими граничными условиями на поверхности пленки, $z = \pm d/2$. Эта задача была решена в работе [1], в которой рассматривались СМС и ФМР в тонкой пленке, намагниченной в своей плоскости. Выражения для трансформант магнитного поля $\mathbf{h}_{\mathbf{k}}^d = \mathbf{h}^d(\mathbf{k})$, усредненные по толщине пленки, были получены в виде

$$h_x^d(\mathbf{k}) = -4\pi(1 - V_{\mathbf{k}})\frac{k_x}{k^2}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{m}_{\mathbf{k}}), \quad (17)$$

$$h_y^d(\mathbf{k}) = -4\pi(1 - V_{\mathbf{k}})\frac{k_y}{k^2}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{m}_{\mathbf{k}}), \quad (18)$$

$$h_z^d(\mathbf{k}) = 4\pi V_{\mathbf{k}}m_z(\mathbf{k}), \quad (19)$$

где

$$V_{\mathbf{k}} = \frac{1 - e^{-kd}}{kd}, \quad k = (k_x^2 + k_y^2)^{1/2}. \quad (20)$$

Аналогичные выражения для магнитоэстатических полей были получены независимо в работе [5], посвященной исследованию ряби намагниченности в пленке, намагниченной в своей плоскости. Решение уравнения (16) в работе [1] представлялось в виде общих аналитических решений для трансформант Фурье потенциалов внутри пленки и в пространстве над и под пленкой и последующего определения произвольных постоянных из условий сопряжения потенциалов и их производных на поверхностях пленки. Решение этого же уравнения в работе [5] представлялось в виде определенных интегралов, пределы которых определяются магнитными зарядами на поверхностях пленки. После усреднения по толщине пленки оба решения приводят к одинаковым выражениям (17)–(20). Уравнение (19) данной работы в дальнейшем не используется, так как в нашей ситуации $m_z = 0$. Предельное значение коэффициента

$1 - V_{\mathbf{k}}$ в формулах (17) и (18) при малых и больших kd имеет вид

$$1 - V_{\mathbf{k}} \approx \begin{cases} \frac{1}{2!}(kd) - \frac{1}{3!}(kd)^2 + \dots, & kd \ll 1, \\ 1 - \frac{1}{kd}, & kd \gg 1. \end{cases} \quad (21)$$

Система уравнений (8) и (9) в комплексных переменных $m^{\pm} = m_x \pm im_y$ и $h^{\pm} = h_x \pm ih_y$ принимает вид

$$\begin{aligned} \alpha\omega_M \frac{\partial^2 m^+}{\partial x_i^2} + [\omega(1 - i\xi) - \omega_0] m^+ + \omega_M(h^{d+} + h_0^+) = \\ = \Delta\beta_0\omega_M\rho m^+ + \beta\omega_M(Rm^+ - R'm^- - i\rho_{xy}m^-), \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \alpha\omega_M \frac{\partial^2 m^-}{\partial x_i^2} - [\omega(1 + i\xi) + \omega_0] m^- + \omega_M(h^{d-} + h_0^-) = \\ = \Delta\beta_0\omega_M\rho m^- + \beta\omega_M(Rm^- - R'm^+ + i\rho_{xy}m^+), \end{aligned} \quad (23)$$

где

$$R = \rho_{zz} - \frac{1}{2}(\rho_{xx} + \rho_{yy}), \quad (24)$$

$$R' = \frac{1}{2}(\rho_{xx} - \rho_{yy}).$$

Трансформанты Фурье магнитодипольных полей, входящие в эти уравнения, имеют вид

$$h_{\mathbf{k}}^{d+} = -2\pi(1 - V_{\mathbf{k}}) \left[m_{\mathbf{k}}^+ + \left(\frac{k^+}{k}\right)^2 m_{\mathbf{k}}^- \right], \quad (25)$$

$$h_{\mathbf{k}}^{d-} = -2\pi(1 - V_{\mathbf{k}}) \left[m_{\mathbf{k}}^- + \left(\frac{k^-}{k}\right)^2 m_{\mathbf{k}}^+ \right], \quad (26)$$

где $k^{\pm} = k_x \pm ik_y$.

Видно, что в общем случае уравнения (22) и (23) для компонент m^{\pm} связаны между собой как членами магнитодипольных полей, так и членами, описывающими неоднородности ориентаций осей анизотропии. Однако хорошо известно (см., например, [34]) что вклад нерезонансной проекции намагниченности m^- в суммарную восприимчивость системы в окрестности ФМР мал, и мы будем им в дальнейшем пренебрегать. Уравнение для резонансной проекции m^+ имеет вид (индекс «+» в дальнейшем опускаем)

$$\begin{aligned} \alpha\omega_M \frac{\partial^2 m}{\partial x_i^2} + [\omega(1 - i\xi) - \omega_0] m + \omega_M(h^d + h_0) = \\ = \omega_M(\beta R + \Delta\beta_0\rho) m. \end{aligned} \quad (27)$$

Умножая это уравнение на $e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}}$ и интегрируя по \mathbf{x} , получаем уравнение для трансформант Фурье

$$[\omega_0 + \omega_{\mathbf{k}}^\alpha + \omega_{\mathbf{k}}^d - \omega(1 - i\xi)] m_{\mathbf{k}} = (2\pi)^\tau \omega_M h_0 \delta(\mathbf{k}) - (2\pi)^{-\tau} \omega_M \int (\beta R_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} + \Delta\beta_0 \rho_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1}) m_{\mathbf{k}_1} d\mathbf{k}_1, \quad (28)$$

где $\omega_{\mathbf{k}}^\alpha$ и $\omega_{\mathbf{k}}^d$ описывают вклады в частотный спектр $\omega(k)$ обменного и магнитодипольного взаимодействий соответственно:

$$\begin{aligned} \omega_{\mathbf{k}}^\alpha &= \alpha \omega_M k^2, \\ \omega_{\mathbf{k}}^d &= 2\pi(1 - V_{\mathbf{k}}) \omega_M. \end{aligned} \quad (29)$$

Магнитодипольное поле существенно изменяет зависимость ω от k при малых k . Квадратичный член в уравнении (28), обусловленный обменом, при малых k убывает быстрее линейного члена, обусловленного магнитодипольным взаимодействием, и линейная зависимость $\omega \propto k$ становится преобладающей при

$$k \ll \frac{\pi d}{\alpha}. \quad (30)$$

Особенность возбуждения магнитной системы в тонкой пленке заключается в том, что высокочастотное магнитное поле \mathbf{h}_0 приближенно является функцией только частоты ω , так как его длина волны намного превышает толщину пленки d . Динамическая намагниченность $\mathbf{m}(\mathbf{x}, \omega)$ при отсутствии неоднородностей возбуждается этим полем синхронно и синфазно во всех точках пленки. Этому соответствует представление возбуждающего поля в виде констант h_0 в уравнении (27) и $h_0 \delta(\mathbf{k})$ в уравнении (28).

Методы, которыми мы исследуем здесь влияния неоднородностей на динамические переменные $\mathbf{m}(\mathbf{x}, \omega)$, требуют введения в рассмотрение двухточечной функции Грина. Для случайно-неоднородной среды двухточечная функция Грина до усреднения по неоднородностям должна зависеть от координат \mathbf{x} и \mathbf{x}_0 отдельно, т.е. является функцией двух переменных, $\tilde{G}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0)$. Трансляционная симметрия, при которой функция принимает вид $\tilde{G}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)$, восстанавливается в среднем только после усреднения функции Грина по неоднородностям. Стохастическое уравнение для функции $\tilde{G}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0)$ с учетом взаимодействия $\mathbf{m}(\mathbf{x}, \omega)$ с магнитодиполь-

ными полями в тонкой пленке имеет вид

$$\begin{aligned} \alpha \omega_M \frac{\partial^2 \tilde{G}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0)}{\partial x_i^2} + [\omega(1 - i\xi) - \omega_0] \tilde{G}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) - \\ - \frac{1}{(2\pi)^{2\tau}} \iint \omega_{\mathbf{k}}^d \tilde{G}_{\mathbf{k}, \mathbf{k}_0} e^{i(\mathbf{k}\mathbf{x} + \mathbf{k}_0 \mathbf{x}_0)} d\mathbf{k} d\mathbf{k}_0 = \\ = -\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) + \omega_M [\beta R(\mathbf{x}) + \Delta\beta_0 \rho(\mathbf{x})] \tilde{G}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0). \end{aligned} \quad (31)$$

Здесь в члене магнитодипольного взаимодействия использовано представление Фурье функции Грина

$$\tilde{G}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) = (2\pi)^{-2\tau} \iint \tilde{G}_{\mathbf{k}, \mathbf{k}_0} e^{i(\mathbf{k}\mathbf{x} + \mathbf{k}_0 \mathbf{x}_0)} d\mathbf{k} d\mathbf{k}_0, \quad (32)$$

$$\tilde{G}_{\mathbf{k}, \mathbf{k}_0} = \iint \tilde{G}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) e^{-i(\mathbf{k}\mathbf{x} + \mathbf{k}_0 \mathbf{x}_0)} d\mathbf{x} d\mathbf{x}_0. \quad (33)$$

Функция связана с комплексной амплитудой соотношением

$$\omega_M h_0 \int \tilde{G}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) d\mathbf{x}_0 = m(\mathbf{x}). \quad (34)$$

Действительно, умножая уравнение (31) на $\omega_M h_0$ и интегрируя по $d\mathbf{x}_0$, мы получаем уравнение (27). Присутствие в уравнении (31) интегрального члена, описывающего магнитодипольное поле, не позволяет точно решить это уравнение в \mathbf{x} -пространстве даже в однородной среде при $\beta = \Delta\beta_0 = 0$ и найти, тем самым, исходную функцию Грина $g(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)$. Поэтому дальнейшее исследование мы проводим для фурье-гармоники функции Грина $\tilde{G}_{\mathbf{k}, \mathbf{k}_0}$.

Умножаем уравнение (31) на $e^{-i(\mathbf{k}\mathbf{x} + \mathbf{k}_0 \mathbf{x}_0)}$ и интегрируем по \mathbf{x} и \mathbf{x}_0 . Входящая в это уравнение δ -функция Дирака преобразуется следующим образом:

$$\begin{aligned} \iint \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) e^{-i(\mathbf{k}\mathbf{x} + \mathbf{k}_0 \mathbf{x}_0)} d\mathbf{x} d\mathbf{x}_0 = \\ = \iint \delta(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} e^{-i(\mathbf{k} + \mathbf{k}_0) \mathbf{x}_0} d\mathbf{x} d\mathbf{x}_0 = (2\pi)^\tau \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}_0), \end{aligned}$$

где $\mathbf{r} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_0$, и мы получаем стохастическое уравнение для $\tilde{G}_{\mathbf{k}, \mathbf{k}_0}$ в виде

$$\begin{aligned} [\omega_0 + \omega_{\mathbf{k}}^\alpha + \omega_{\mathbf{k}}^d - \omega(1 - i\xi)] \tilde{G}_{\mathbf{k}, \mathbf{k}_0} = (2\pi)^\tau \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}_0) - \\ - (2\pi)^{-\tau} \omega_M \int (\beta R_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} + \Delta\beta_0 \rho_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1}) \tilde{G}_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_0} d\mathbf{k}_1. \end{aligned} \quad (35)$$

Функции $R_{\mathbf{k}}$ и $\rho_{\mathbf{k}}$, описывающие неоднородности ориентации и величины магнитной анизотропии соответственно, входят в уравнение (35) одинаковым образом. Корреляции между ними предполагаются отсутствующими. Поэтому мы рассматриваем в

дальнейшем случай $\beta \neq 0$, $\Delta\beta_0 = 0$. Случай $\beta = 0$, $\Delta\beta_0 \neq 0$ описывается теми же выражениями с заменой $\beta R_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1}$ на $\Delta\beta_0 \rho_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1}$. Перепишем уравнение (35) в виде

$$\tilde{G}_{\mathbf{k},\mathbf{k}_0} = (2\pi)^\tau \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}_0) g_{\mathbf{k}} - (2\pi)^{-\tau} \beta \omega_M g_{\mathbf{k}} \int \tilde{G}_{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_0} R_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} d\mathbf{k}_1, \quad (36)$$

где $g_{\mathbf{k}}$ — исходная функция Грина,

$$g_{\mathbf{k}} = \frac{1}{\omega_0 + \omega_{\mathbf{k}}^\alpha + \omega_{\mathbf{k}}^d - \omega(1 - i\xi)}. \quad (37)$$

3. ИССЛЕДОВАНИЯ СТОХАСТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Усредняем стохастическое уравнение (36) по ансамблю случайных реализаций $\rho_{\mathbf{k}}$. Функция Грина $\tilde{G}_{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_0}$ преобразуется по формуле

$$\langle \tilde{G}_{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_0} \rangle = (2\pi)^\tau \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}_0) G_{\mathbf{k}} = (2\pi)^\tau \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}_0) G_{\mathbf{k}_0}. \quad (38)$$

Здесь $G_{\mathbf{k}}$ — усредненная функция Грина, описывающая ФМР в усредненной среде, обладающей трансляционной симметрией. Этой функции соответствует преобразование Фурье вида

$$G(\mathbf{r}) = (2\pi)^{-\tau} \int G_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} d\mathbf{k}, \quad (39)$$

$$G_{\mathbf{k}} = \int G(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} d\mathbf{r}.$$

Усредненное уравнение (36) имеет вид

$$(2\pi)^\tau \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}_0) G_{\mathbf{k}} = (2\pi)^\tau \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}_0) g_{\mathbf{k}} - (2\pi)^{-\tau} \beta \omega_M g_{\mathbf{k}} \int \langle \tilde{G}_{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_0} R_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \rangle d\mathbf{k}_1 \quad (40)$$

или, после умножения на $(2\pi)^{-\tau}$ и интегрирования по \mathbf{k}_0 ,

$$G_{\mathbf{k}} = g_{\mathbf{k}} - (2\pi)^{-2\tau} \beta \omega_M g_{\mathbf{k}} \iint \langle \tilde{G}_{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_0} R_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \rangle d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_0. \quad (41)$$

При выводе уравнения (41) использовано свойство четности функции Грина по вектору \mathbf{k} : $G_{\mathbf{k}} = G_{-\mathbf{k}}$. Повышая в уравнении (36) индекс при \mathbf{k} на единицу и вставляя выражение для $\tilde{G}_{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_0}$ в правую часть уравнения (41), получаем

$$G_{\mathbf{k}} = g_{\mathbf{k}} - (2\pi)^{-\tau} \beta \omega_M g_{\mathbf{k}} \int g_{\mathbf{k}_1} \langle R_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \rangle d\mathbf{k}_1 + (2\pi)^{-3\tau} \beta^2 \omega_M^2 g_{\mathbf{k}} \iiint g_{\mathbf{k}_1} \langle \tilde{G}_{\mathbf{k}_2,\mathbf{k}_0} R_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} R_{\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2} \rangle \times d\mathbf{k}_0 d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2. \quad (42)$$

Продолжая этот процесс и затем усредняя уравнение по случайным реализациям функции $R_{\mathbf{k}}$, мы получили бы, как хорошо известно, бесконечный ряд по степеням β и, соответственно, по степеням корреляторов функций $R_{\mathbf{k}_n}$, который мы не будем рассматривать в этой работе.

3.1. Первое приближение теории возмущений

Для получения решения уравнения (36) в первом приближении теории возмущений итерационный процесс останавливается на первом шаге, и уравнение (38) усредняется по реализациям функции $R_{\mathbf{k}}$. Среднее значение этой функции равно нулю, так как (см. уравнение (24))

$$\langle R \rangle = \langle \rho_{zz} \rangle - \frac{1}{2} (\langle \rho_{xx} \rangle + \langle \rho_{yy} \rangle), \quad (43)$$

а все $\langle l_i^2 \rangle$ равны друг другу из соображения симметрии и равны $1/3$ согласно уравнению

$$l_x^2 + l_y^2 + l_z^2 = 1. \quad (44)$$

Поэтому второй член в правой части уравнения (42) при усреднении обращается в нуль. Среднее значение в последнем члене этого уравнения преобразуется следующим образом:

$$\beta^2 \langle \tilde{G}_{\mathbf{k}_2,\mathbf{k}_0} R_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} R_{\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2} \rangle = \beta^2 \langle \tilde{G}_{\mathbf{k}_2,\mathbf{k}_0} \rangle \langle R_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} R_{\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2} \rangle + Q_{\mathbf{k}}, \quad (45)$$

где $Q_{\mathbf{k}}$ — члены более высокого порядка по β , а

$$\langle R_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} R_{\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2} \rangle = D_R S_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_2). \quad (46)$$

Здесь $D_R = \langle R^2(\mathbf{x}) \rangle$ — дисперсия функции $R(\mathbf{x})$ и $S_{\mathbf{k}}$ — нормированная спектральная плотность функции $R_{\mathbf{k}}$, связанная преобразованием Фурье с нормированной корреляционной функцией

$$K(\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^\tau} \int S_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} d\mathbf{k}, \quad (47)$$

$$S_{\mathbf{k}} = \int K(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} d\mathbf{r}. \quad (48)$$

Подставляя уравнения (38) и (48) в усредненное уравнение (41) и выполняя интегрирование по \mathbf{k}_0 и \mathbf{k}_2 , выражаем из него усредненную функцию Грина $G_{\mathbf{k}}$ в первом приближении теории возмущений:

$$G_{\mathbf{k}} \approx \frac{1}{g_{\mathbf{k}}^{-1} - \frac{\gamma^2}{(2\pi)^\tau} \int g_{\mathbf{k}_1} S_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} d\mathbf{k}_1}. \quad (49)$$

Это приближение известно под именем приближения Бурре [35, 36] в теории случайных функций и приближения Борна [15–17, 23] в теории конденсированных сред. В первом случае $S_{\mathbf{k}}$ представляет собой спектральную плотность корреляционной функции неоднородностей, во втором случае $S_{\mathbf{k}}$ является спектральной плотностью энергии взаимодействия соответствующих квазичастиц, а параметр γ описывает величину этого взаимодействия.

В нашем случае γ^2 при неоднородности оси анизотропии принимает значение

$$\gamma^2 = \beta^2 D_R \omega_M^2, \quad (50)$$

а при неоднородности величины анизотропии —

$$\gamma^2 = (\Delta\beta_0)^2 D_\rho \omega_M^2. \quad (51)$$

Величина $D_\rho = \langle \rho^2 \rangle = 1$, а D_R рассчитывается по формуле

$$D_R = \iint R^2(\vartheta, \varphi) f(\vartheta, \varphi) \sin \vartheta d\vartheta d\varphi. \quad (52)$$

где $f(\vartheta, \varphi)$ — функции распределения орта оси анизотропии

$$f(\vartheta, \varphi) = \frac{1}{4\pi} \quad \text{для} \quad \begin{cases} 0 \leq \vartheta \leq \pi, \\ 0 \leq \varphi \leq \pi, \end{cases} \quad (53)$$

откуда $D_R = 1/5$. Нормированную корреляционную функцию $K(\mathbf{r})$ выбираем в виде

$$K(\mathbf{r}) = e^{-k_c |\mathbf{r}|}, \quad (54)$$

где k_c — корреляционное волновое число неоднородностей ($r_c = k_c^{-1}$ — радиус корреляций). Спектральная плотность, соответствующая этой корреляционной функции, согласно уравнению (48), для 1D-неоднородностей имеет вид

$$S_{1D}(\mathbf{k}) = 2\pi \delta(k_x) \frac{2k_c}{k_c^2 + k_y^2}, \quad (55)$$

а для 2D-неоднородностей —

$$S_{2D}(\mathbf{k}) = \frac{2\pi k_c}{(k_c^2 + k^2)^{3/2}}. \quad (56)$$

Известно, что функция Грина $G_{\mathbf{k}}(\omega)$ в первом приближении (уравнение (49)) в общем случае имеет двухпиковую структуру (см., например, [25, 28]). Эти пики уширяются с ростом k_c и при некотором критическом $k_c = k_c^{(c)}$ сливаются в один пик. Поэтому формула (49) может быть применена к описанию однопиковой структуры ФМР только для значений

$k_c > k_c^{(c)}$. Более детально эта проблема рассматривается ниже.

Измеряемой экспериментальной величиной является усредненная по объему образца высокочастотная комплексная восприимчивость по отношению к приложенному внешнему высокочастотному полю \mathbf{h}_0 , $\chi = \chi' - i\chi''$ [34]. Усредняя уравнение (34) по случайным реализациям функции $R_{\mathbf{k}}$, мы получаем для нее выражение

$$\begin{aligned} \chi &= \frac{\langle m(\mathbf{x}) \rangle}{h_0} = \omega_M \int \langle \tilde{G}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) \rangle d\mathbf{x}_0 = \\ &= \frac{\omega_M}{(2\pi)^\tau} \iint G_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{x}\mathbf{k}} e^{-i\mathbf{x}_0\mathbf{k}} d\mathbf{x}_0 d\mathbf{k}. \end{aligned} \quad (57)$$

Выполняя интегрирование по \mathbf{x}_0 , а затем по \mathbf{k} , получаем окончательно

$$\chi = \omega_M \int G_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{x}\mathbf{k}} \delta(\mathbf{k}) d\mathbf{k} = \omega_M G_{\mathbf{k}} \Big|_{k=0}. \quad (58)$$

Функция Дирака $\delta(\mathbf{k})$ возникает здесь из-за возбуждения ФМР высокочастотным полем h_0 , приблизительно однородным по всему объему пленки (см. уравнение (28)). Выражение (58) приводит к значительному упрощению уравнения (49): так как $\omega_{\mathbf{k}}^\alpha = \omega_{\mathbf{k}}^d = 0$ при $k = 0$, первое приближение в нашем случае имеет вид

$$\begin{aligned} \chi &= \omega_M \left\{ \omega_0 - \omega(1 - i\xi) - \right. \\ &\left. - \frac{\gamma^2}{(2\pi)^\tau} \int \frac{S_{\mathbf{k}_1}}{\omega_0 + \omega_{\mathbf{k}_1}^\alpha + \omega_{\mathbf{k}_1}^d - \omega(1 - i\xi)} d\mathbf{k}_1 \right\}^{-1}. \end{aligned} \quad (59)$$

3.2. Самосогласованные приближения

Мы используем в работе два варианта самосогласованного приближения (SCA): стандартное SCA и новое SCA. Стандартным SCA мы называем приближение, предложенное в свое время независимо несколькими авторами в разных областях физики. Оно было предложено Мигдалом [11] при исследовании электрон-фононного взаимодействия и затем анализировалось в деталях в работах [13–16] и Крейчнаном [12] при исследовании проблемы турбулентности. Это приближение также часто называется в литературе (см., например, [22, 23]) самосогласованным приближением Борна, в отличие от обычного первого приближения Борна, уравнение (49). Авторы этих работ при его введении и обсуждении в свое время базировались на следующей простой идее. Заменяя в выражении первого приближения (49) исходную функцию Грина $g_{\mathbf{k}_1}$ на искомую

функцию $G_{\mathbf{k}_1}$, мы получаем стандартное SCA в виде одного замкнутого уравнения для функции Грина:

$$G_{\mathbf{k}} \approx \frac{1}{g_{\mathbf{k}}^{-1} - \gamma^2(2\pi)^{-\tau} \int G_{\mathbf{k}_1} S_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} d\mathbf{k}_1}. \quad (60)$$

Этому стандартному SCA соответствует, как известно, бесконечный ряд усредненных функций Грина, содержащий все диаграммы с непересекающимися линиями корреляций.

Развитие теории функций Грина [17, 37] позволило дать более строгое математическое обоснование стандартному SCA и создало предпосылки для вывода нового SCA более высокого уровня [27]. Усредненная функция Грина $G_{\mathbf{k}}$ в строгой теории описывается системой двух точных уравнений: уравнением Дайсона, которое в \mathbf{k} -пространстве имеет вид

$$G_{\mathbf{k}} = \frac{1}{g_{\mathbf{k}}^{-1} - \Sigma_{\mathbf{k}}}, \quad (61)$$

где $\Sigma_{\mathbf{k}}$ — образ Фурье собственной энергии, и уравнением, связывающим $\Sigma_{\mathbf{k}}$ с вершинной функцией $\Gamma_{\mathbf{k}}$,

$$\Sigma_{\mathbf{k}} = \gamma^2(2\pi)^{-\tau} \int G_{\mathbf{k}_1} S_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \Gamma_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}-\mathbf{k}_1} d\mathbf{k}_1. \quad (62)$$

Для вершинной функции Γ имеется представление ее в виде бесконечного ряда по степеням γ , члены которого содержат произведения функций G , S и Γ вида

$$\begin{aligned} \Gamma_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}-\mathbf{k}_1} &= 1 + \gamma^2(2\pi)^{-\tau} \times \\ &\times \int G_{\mathbf{q}} G_{\mathbf{q}-\mathbf{k}+\mathbf{k}_1} S_{\mathbf{k}-\mathbf{q}} \Gamma_{\mathbf{q}, \mathbf{k}-\mathbf{q}} \Gamma_{\mathbf{q}-\mathbf{k}+\mathbf{k}_1, \mathbf{k}-\mathbf{k}_1} d\mathbf{q} + \dots \end{aligned} \quad (63)$$

Этот ряд начинается с единицы, и только этот первый член подставляется в уравнение (62) для получения стандартного SCA. В новом SCA, предложенном в [27], уравнения (61) и (62) сохраняются в точном виде, а уравнение самосогласования выводится не для функции Грина, а для вершинной функции $\Gamma_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}-\mathbf{k}_1}$. Поэтому новое SCA представляет собой приближение следующего, более высокого, уровня по сравнению со стандартным SCA. Новое SCA имеет вид системы двух нелинейных интегральных уравнений для двух переменных, $G_{\mathbf{k}}$ и $\Gamma_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}-\mathbf{k}_1}$:

$$G_{\mathbf{k}} = \frac{1}{g_{\mathbf{k}}^{-1} - \gamma^2(2\pi)^{-\tau} \int S_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} G_{\mathbf{k}_1} \Gamma_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}-\mathbf{k}_1} d\mathbf{k}_1}, \quad (64)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}-\mathbf{k}_1} &\approx \\ &\approx \frac{1}{1 - \gamma^2(2\pi)^{-\tau} \int S_{\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2} G_{\mathbf{k}_1} G_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1+\mathbf{k}_2} \Gamma_{\mathbf{k}_2, \mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2} d\mathbf{k}_2}. \end{aligned} \quad (65)$$

Здесь первое уравнение (64) является точным, а второе (65) — приближенным уравнением самосогласования для функции Γ . Новое SCA учитывает, помимо всех диаграмм с непересекающимися линиями корреляций, значительное количество диаграмм с пересекающимися корреляционными линиями. Анализ преимуществ нового SCA проведен в работах [27, 28, 32]. Его обобщение на случай двух взаимодействующих волновых полей различной физической природы проведено в работах [38, 39]. Наряду с терминами стандартное и новое SCA, которые мы использовали в работах [27, 28, 32, 38, 39], мы будем использовать в дальнейшем следующие термины и их сокращенные обозначения, более точно отражающие как математическое содержание каждого из этих приближений, так и самое существенное отличие их друг от друга. Стандартное SCA мы будем называть «SCA для функций Грина (SCA-G)», а новое — «SCA для вершинных функций (SCA-V)». Выражение для высокочастотной восприимчивости χ через функцию Грина G , уравнение (58), справедливое при возбуждении ФМР в пленке однородным высокочастотным полем h_0 , применимо к расчетам, проводимым во всех рассмотренных выше приближениях.

4. ФОРМА И ШИРИНА ЛИНИИ ФМР

Применимость различных приближений к описанию величины и формы функции Грина электромагнитных, упругих и обменных спиновых волн в случайно-неоднородном неограниченном одномерном пространстве исследована в работе [28]. Результаты, полученные в новом и стандартном SCA и в первом приближении, сравнивались там с результатами численного моделирования, проведенного в той же работе. Следующие общие закономерности были получены. Величина и форма $G''(\omega)$, вычисленные в новом SCA (приближение SCA-V в новой терминологии) практически совпадают с результатами численного эксперимента во всем рассмотренном интервале корреляционных волновых чисел k_c . Один из двух параметров функции Грина, вычисленной в стандартном (SCA-G) приближении, — ее форма или величина — резко отличаются от полученных при численном моделировании в разных областях интервала $0 < k_c/k < 0.3$. Это приближение может быть использовано для $k_c/k < 0.3$. Первое приближение совершенно неприменимо в интервале $0 < k_c/k < 0.2$, так как имеет в этом интервале нефизическую двухпиковую структуру. Многопико-

вую структуру с числом пиков $n + 1$ имеет каждый n -ый член ряда функции Грина для малых k_c , и только в сумме эти члены формируют реальную однопиковую функцию $G''(\omega)$. Структура первого члена ряда, соответствующего первому приближению, становится однопиковой при $k_c/k > 0.2$, но только начиная с $k_c/k > 0.4$, первое приближение приближенно воспроизводит реальную форму и величину резонансной линии. Общей закономерностью, полученной во всех приближениях в областях их применимости, является увеличение максимальной величины и уменьшение ширины пика функции $G''(\omega)$ при увеличении k_c .

В настоящей работе мы рассматриваем ФМР в тонкой пленке, где значительную роль играют магнитодипольные волны. Дисперсионный закон этих волн резко отличается от квадратичного закона обменных спиновых волн, а константа взаимодействия определяется толщиной пленки d , а не константой обмена α (см. уравнение (29)). Поэтому нашей первой задачей является исследование интервалов применимости приближений SCA-V, SCA-G и первого приближения теории возмущений для случая значительного вклада магнитодипольных волн. Мы исследовали также влияние исходного затухания ξ на эти интервалы. Результаты исследования приведены на рис. 1 и 2. Зависимость мнимой части восприимчивости χ'' от нормированной расстройки частоты $(\omega - \omega_0)/\gamma$ при $\xi = 0$ показаны на рис. 1 $a-f$ для различных значений нормированного корреляционного волнового числа $k_c d$. Величина $k_c d$ нарастает от случая a к f . Обращаем внимание, что масштабы ординат увеличиваются от a к f почти на два порядка величины. Так как величины любых магнитодипольных полей зависят от отношения характерных размеров, под каждым рисунком указана величина $r_c/d = (k_c d)^{-1}$, где радиус корреляции r_c характеризует средний размер неоднородностей. Видно, что приведенные выше основные закономерности, полученные в [28] и характеризующие применимость различных приближений для случая неограниченного пространства, остаются справедливыми и для случая ФМР в тонкой пленке. Отличие заключается в том, что критические значения параметров, ограничивающих интервалы применения соответствующего приближения, определяются в этом случае отношением размеров неоднородностей r_c и толщины пленки d .

Первое приближение (пунктирные желтые кривые) неприменимо для малых k_c (больших размеров неоднородностей): нефизическая двухпиковая структура линии ФМР при $0 < k_c d < 0.05$

(a и c), многократное превышение высоты пика при $0.05 < k_c d < 0.3$ ($c-e$). Область применимости первого приближения начинается при $k_c d < 0.4$ (f). Самосогласованное приближение для функции Грина (SCA-G, штриховые зеленые кривые) приемлемо описывает высоту, но совершенно неудовлетворительно форму линии ФМР при малых k_c : куполообразная форма при $0 < k_c d < 10^{-3}$ (a), резко завышенная асимметрия линии при $k_c d \sim 10^{-2}$ (b). При больших $k_c d$ приближение SCA-G приемлемо описывает форму линии, но многократно завышает высоту пика ($c-e$). Приближение SCA-G удовлетворительно описывает все параметры линии ФМР только при $k_c d > 0.4$ (f). Самосогласованное приближение для вершинной функции (SCA-V, сплошные черные кривые) хорошо описывает все параметры линии ФМР для всех рассмотренных величин $k_c d$ ($a-f$). Влияние исходного затухания ξ , обусловленного другими, чем локальная анизотропия, причинами, показано на рис. 2 для $\xi = 0.005$. Рисунки 2 $a'-f'$ и рис. 1 $a-f$ соответствуют одним и тем же значениям $k_c d$. Однако масштабы осей ординат на рис. 1 и 2 различны. Видно, что отличие ξ от нуля приводит к увеличению интервалов применимости первого приближения и SCA-G: первое теперь применимо для $k_c d > 0.2$ (e', f'), а второе — для ($d'-f'$).

Исследование влияния неоднородностей величины магнитной анизотропии $\beta(\mathbf{x})$ на ФМР было проведено ранее для модели, не учитывающей неоднородные магнитодипольные поля [32]. В настоящей работе мы сравниваем выражения для восприимчивости χ'' , полученные с учетом (рис. 3, сплошные черные кривые) и без учета (штриховые синие кривые) магнитодипольных полей. Для сравнения выбраны три рис. 1 b, d, e (но в другом масштабе). Поэтому за ними сохранены обозначения b, d, e и на рис. 3. Видно, что для больших размеров неоднородностей (рис. 3 $b, r_c/d \sim 100$) учет магнитодипольных полей практически не влияет на вид функции $\chi''(\omega)$. Это объясняется тем, что при таких и больших величинах отношения r_c/d (рис. 1 a) процессы рассеивания, описываемые вкладом членов $\omega^d(k)$ и $\omega^a(k)$ в интегралы уравнений (59)–(65), оказывают пренебрежимо малое воздействие: величина и форма линии ФМР определяется стохастическим распределением локальных полей магнитной анизотропии в практически невзаимодействующих кристаллитах. Поэтому как обменные, так и магнитодипольные волны приводят лишь к незначительным поправкам к линии ФМР. Однако разница между функциями $\chi''(\omega)$, вычисленными при $\omega_k^d \neq 0$ и $\omega_k^d = 0$, резко возрастает с уменьшением относитель-

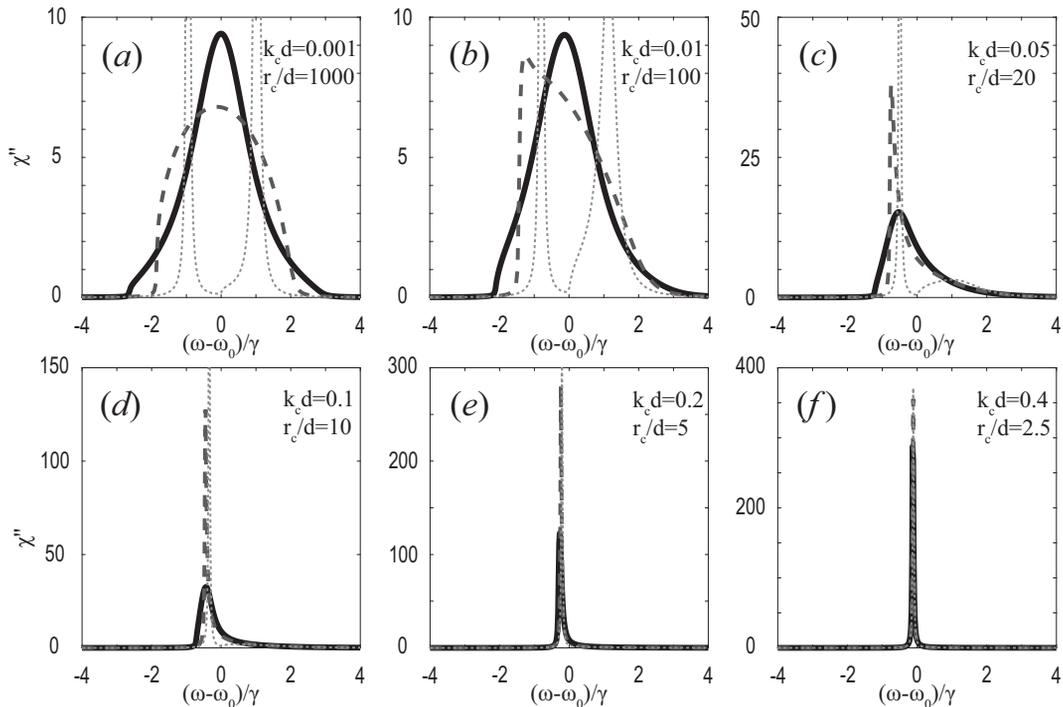


Рис. 1. Мнимая часть восприимчивости χ'' при 2D-неоднородностях анизотропии для $\xi = 0$ и различных значений нормированного корреляционного числа $k_c d = 0.001$ (a), 0.01 (b), 0.05 (c), 0.1 (d), 0.2 (e), 0.4 (f), вычисленная в различных приближениях: SCA-V — сплошные черные кривые, SCA-G — штриховые зеленые кривые, первое приближение — желтый пунктир. Здесь и далее в расчетах использовались параметры амплитуды неоднородностей $\gamma/\omega_M = 0.15$, величины обмена $\alpha = 2 \cdot 10^{-12}$ см², частоты однородного ФМР $\omega_0/\omega_M = 5$ и толщины пленки $d = 2 \cdot 10^{-6}$ см. Обращаем внимание на различия масштабов оси ординат для случаев a–f

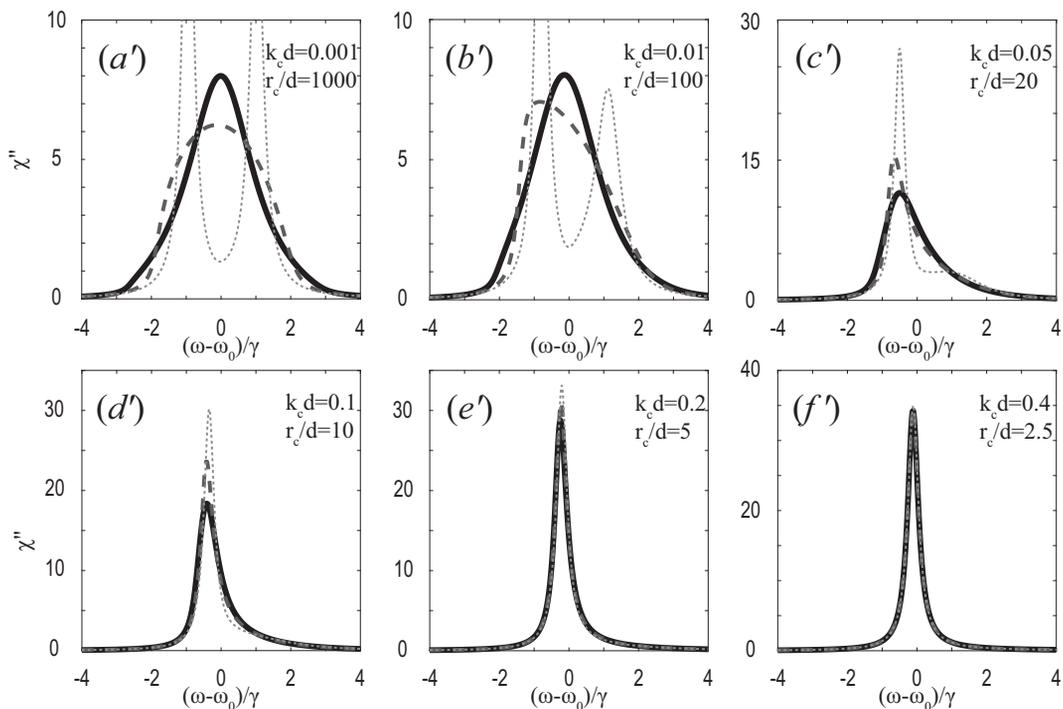


Рис. 2. Мнимая часть восприимчивости χ'' для 2D-неоднородностей анизотропии при наличии исходного затухания с $\xi = 0.005$. Обозначения кривых и величин корреляционных радиусов на рис. a'–f' соответствуют обозначениям и величинам на рис. 1 a–f. Обращаем внимание на отличие приведенных здесь масштабов (c'–f') от масштабов на рис. 1 c–f

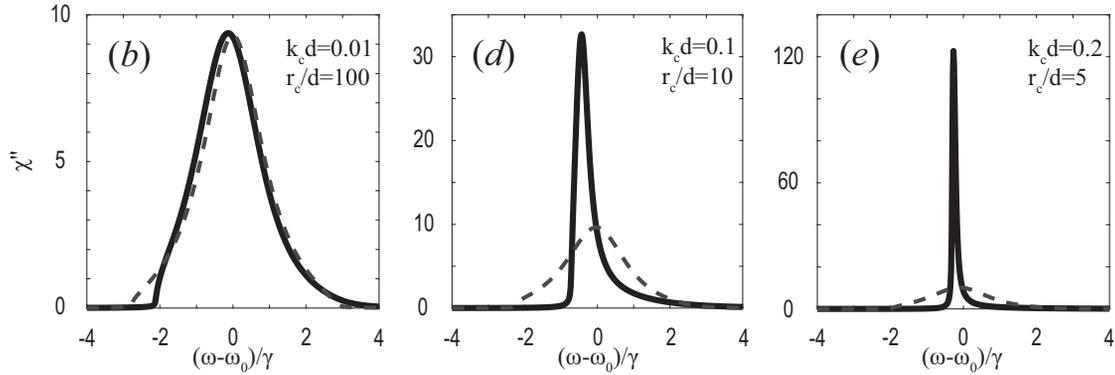


Рис. 3. Эффект магнитодипольного взаимодействия. Восприимчивость χ'' при 2D-неоднородностях с учетом (сплошные черные кривые) и без учета [32] (штриховые синие кривые) неоднородных магнитодипольных полей для $k_c d = 0.01$ (b), 0.1 (d) и 0.2 (e)

ного размера неоднородностей (рис. 3 d, e). Видно, что вклад магнитодипольных волн в модификацию линии ФМР несравненно больше, чем обменных спиновых волн, учетом которых мы ограничились в работе [32]. Только результаты, полученные в настоящей работе с учетом магнитодипольных полей, могут сравниваться с экспериментом.

Зависимость от $k_c d$ основных характеристик линии ФМР — ее значение в максимуме χ''_m и нормированная ширина линии $\Delta\omega/(2\gamma)$ — показаны на рис. 4 и 5 для 2D- и 1D-неоднородностей. Видно, что χ''_m возрастает, а $\Delta\omega$ уменьшается с ростом $k_c d$, т. е. с уменьшением среднего размера неоднородностей. Линия ФМР имеет наибольшую ширину при $k_c d = 0$, что соответствует очень большим относительным размерам неоднородностей ($r_c/d \rightarrow \infty$) и описывается моделью независимых кристаллитов. Ширина линии в этом случае для модели с $\xi = 0$ определяется среднеквадратичной флуктуацией полей локальной анизотропии, $\Delta\omega = 2\gamma$, а для более реальной ситуации — суммой 2γ и ширины линии исходного затухания однородного материала пленки, $2i\xi\omega_0$. При $k_c \neq 0$ возникают два эффекта: первый — появляется пропорциональное ik_c затухание, обусловленное многократным рассеиванием волн на неоднородностях, второй — происходит уменьшение эффективного значения среднеквадратичной флуктуации полей анизотропии вследствие действия корреляций между кристаллитами. Первый эффект приводит к уширению, второй — к сужению линии ФМР. Вторым эффектом преобладает, и с ростом k_c происходит резкое сужение линии ФМР до значений, определяемых затуханием, пропорциональным ik_c для модели с $\xi = 0$ (сплошные черные кривые на рис. 4 и 5), или до значений,

определяемых взаимодействием как этого, так и исходного затуханий для более реальной ситуации с $\xi \neq 0$ (штриховые черные кривые на рис. 4 и 5). В последнем случае финальное затухание является результатом процессов многократного рассеивания затухающих волн, описываемых уравнениями (64) и (65), и не сводится к простой сумме исходного ξ и пропорционального ik_c затуханий. Таким образом, уменьшение среднего размера неоднородностей приводит к уменьшению влияния неоднородностей на ширину линии ФМР. Пунктирные кривые на рис. 4 и 5, вычисленные для модели с $\omega_k^d = 0$, дополняют данные рис. 3, свидетельствующие о некорректности такого приближения. Коэффициент асимметрии и сдвиг максимума линии ФМР от $k_c d$ показаны на рис. 6 a и 6 b соответственно. Спектр частот асимметричен относительно частоты резонанса — все частоты $\omega_k^d + \omega_k^\alpha > \omega_0$. Это приводит к асимметричному действию неоднородностей на левый и правый края линии ФМР, что проявляется в асимметрии этой линии и смещении положения ее максимума.

Для обсуждения полученных результатов рассмотрим схему формирования спектра волн в перпендикулярно намагниченной тонкой пленке как суммы однородных колебаний ФМР с частотой ω_0 (тонкая черная кривая), обменных спиновых волн ω_k^α (штриховая синяя кривая) и магнитодипольных волн ω_k^d (пунктирная зеленая кривая), в которой частоты зависят от безразмерного нормированного волнового числа kd (рис. 7). В этих координатах

$$\omega^d(kd) = 2\pi\omega_M [1 - V(kd)], \quad (66)$$

$$\omega^\alpha(kd) = \frac{\alpha}{d^2}\omega_M(kd)^2, \quad (67)$$

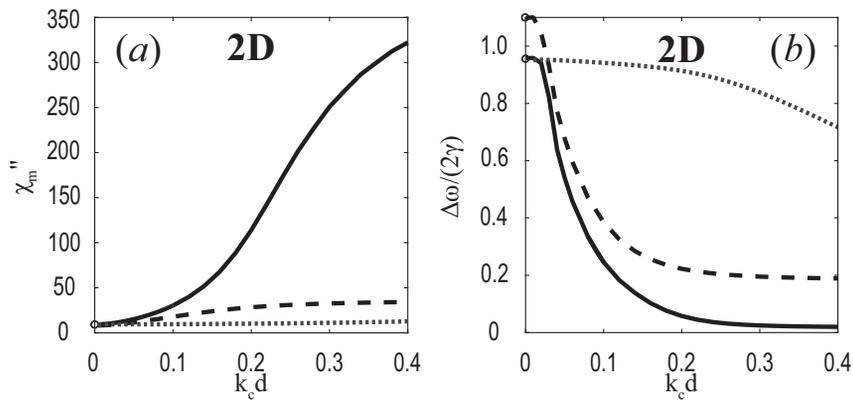


Рис. 4. Восприимчивость χ''_m , соответствующая максимуму линии ФМР (а) и нормированная ширина линии ФМР $\Delta\omega/(2\gamma)$ (b) в зависимости от $k_c d$ для 2D-неоднородностей при $\xi = 0$ (сплошные черные кривые), $\xi = 0.005$ (штриховые черные кривые) и для модели [32], не учитывающей магнитодипольное взаимодействие (пунктирные синие кривые)

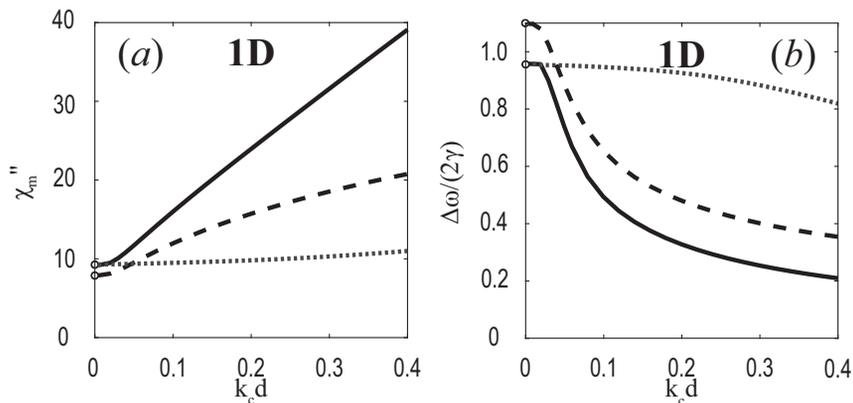


Рис. 5. Те же параметры линии ФМР, что и на рис. 4, для 1D-неоднородностей

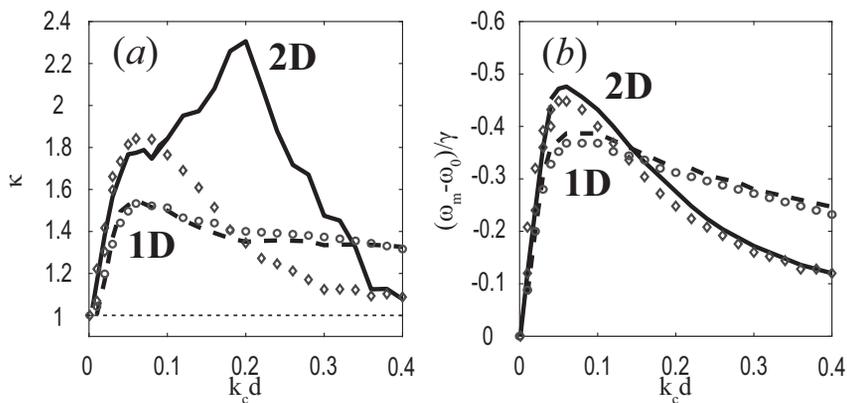


Рис. 6. Коэффициент асимметрии κ резонансной линии, измеренный на одной четверти высоты пика ФМР, (а) и сдвиг пика $(\omega_m - \omega_0)/\gamma$ (b) при $\xi = 0$ для 1D- и 2D-неоднородностей (соответственно черные штриховые и сплошные кривые). Эти же параметры при $\xi = 0.005$ для 1D- и 2D-неоднородностей (соответственно красные кружки и синие ромбы)

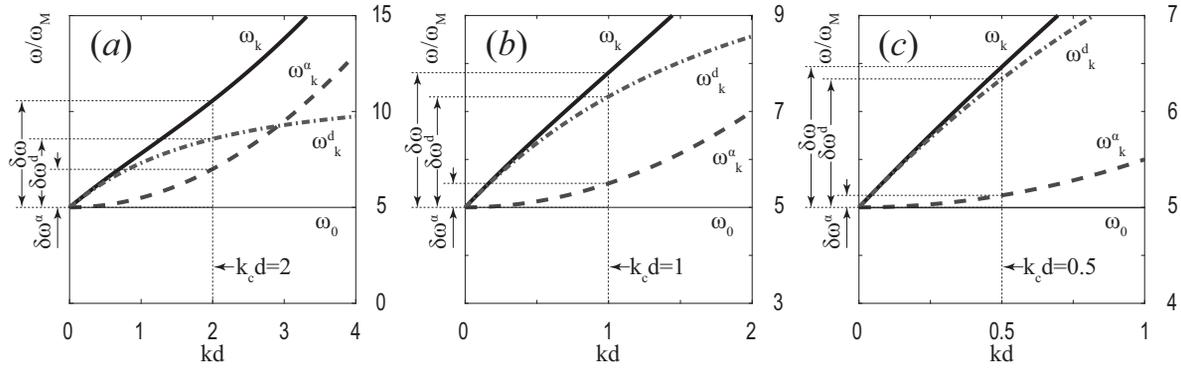


Рис. 7. Схема спектра спиновых обменных ω_k^α (штриховая синяя кривая) и магнитодипольных ω_k^d (штрихпунктирная зеленая кривая) волн, частоты ФМР ω_0 (тонкая черная кривая) и суммарный спектр $\omega_k = \omega_0 + \omega_k^\alpha + \omega_k^d$ (жирная черная кривая) в тонкой пленке как функция kd . Схематическое изображение приближенной ширины спектральных интервалов обменных спиновых волн $\delta\omega^\alpha$, магнитодипольных волн $\delta\omega^d$ и суммарного интервала волн $\delta\omega = \delta\omega_k^\alpha + \delta\omega_k^d$, участвующих в процессах рассеяния волн на неоднородностях для случаев $k_c d = 2$ (a), 1 (b), 0.5 (c). Обращаем внимание на различия масштабов осей координат

т. е. выражение для ω_k^d не зависит от толщины пленки, а в выражении для ω_k^α перенормируется обменная константа, и спектр обменных спиновых волн зависит от α/d^2 . Все результаты на рис. 1–7 приведены для $\alpha = 2 \cdot 10^{-12}$ см² и $d = 2 \cdot 10^{-6}$ см, т. е. для нормированной обменной константы α/d^2 . На рис. 7 а видно, что при $kd \leq 2.8$ частота ω_k^d становится больше ω_k^α . Схематическое изображение приближенной ширины спектральных интервалов обменных $\delta\omega^\alpha$ и магнитодипольных $\delta\omega^d$ волн, участвующих в процессах рассеяния магнонов, приведено на рис. 7 для случаев неоднородностей с $k_c d = 2$ (a), 1 (b), 0.5 (c). Реальные частотные интервалы не обрываются на частотах $\omega_0 + \delta\omega^\alpha$ и $\omega_0 + \delta\omega^d$, их спектральные плотности имеют спадающие хвосты, но для качественного анализа достаточно приведенной упрощенной картины. При уменьшении $k_c d$ отношение $\delta\omega^d/\delta\omega^\alpha$ возрастает, так как $\delta\omega^d$ уменьшается по k линейно или медленнее, а $\delta\omega^\alpha$ — квадратично. Видно, что в области нормированных волновых чисел $k_c d < 1$ преобладание магнитодипольных волн над обменными спиновыми волнами становится подавляющим (рис. 7 b, c). Таким образом, все эффекты, которые получены в данной работе именно в этой области $k_c d$, обусловлены преимущественно магнитодипольными волнами.

В спектре магнитодипольных волн в тонких пленках (уравнение (66)) проявляется основное свойство магнитодипольного взаимодействия в ограниченных телах: зависимость от соотношения характерных размеров, а не от самих размеров. Можно предположить, что аналогичное свойство проявляется и в физических эффектах,

рассчитанных с использованием этого спектра, и сформулировать следующий ниже принцип подобия для резонансной восприимчивости тонких пленок.

Группа из двух и более магнитных пленок различной толщины d_1, d_2, \dots, d_n , содержащих неоднородности локальной анизотропии с различными радиусами корреляций $r_c^{(1)}, r_c^{(2)}, \dots, r_c^{(n)}$ и одинаковыми другими характеристиками, характеризуются одинаковой восприимчивостью ФМР всех членов группы,

$$\chi''(\omega; d_1, r_c^{(1)}) = \chi''(\omega; d_2, r_c^{(2)}) = \dots = \chi''(\omega; d_n, r_c^{(n)}), \tag{68}$$

если коэффициент подобия каждого i -го члена группы один и тот же

$$K = \frac{r_c^{(i)}}{d_i}, \tag{69}$$

или, что эквивалентно, произведения $k_c^{(i)} d_i$ равны друг другу.

Равенство частотных зависимостей $\chi''(\omega)$ всех членов группы означает равенство всех основных характеристик ФМР: ширины и высоты линий ФМР, смещений резонансной частоты и коэффициентов асимметрии линии.

Для проверки применимости этого принципа к результатам, полученным в данной работе в рамках метода SCA-V, проделан расчет мнимых частей восприимчивости для трех групп пленок (рис. 8). В каждой группе исследованы по три пленки с разными d и r_c , но с одинаковым коэффициентом подобия для каждой группы: $K = 20$ (a), $K = 10$ (b), $K = 5$ (c). При расчете в спектре учитывались как

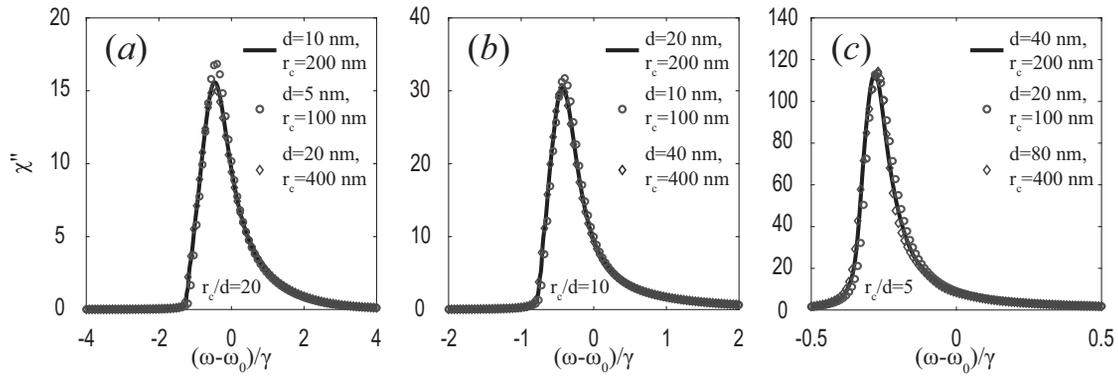


Рис. 8. Мнимая часть восприимчивости χ'' трех групп (a, b, c) подобных пленок разной толщины с 2D-неоднородностями и $\xi = 0$ и различными значениями коэффициента подобия в каждой группе, $K = r_c^{(i)}/d_i = 20$ (a), 10 (b), 5 (c) (или, соответственно, с различными значениями произведения $k_c^{(i)}d_i = 0.05$ (a), 0.1 (b), 0.2 (c)). Толщины пленок и корреляционные радиусы их неоднородностей указаны на рисунке

магнитодипольные, уравнение (66), так и обменные, уравнение (67), спиновые волны. Принцип подобия должен выполняться при выполнении неравенства

$$2\pi [1 - V(k_c d)] \gg \frac{\alpha}{d^2} (k_c d)^2 \quad (70)$$

для всех толщин пленок, входящих в группу. Как видно на рис. 8, для толщин $d = 20$ нм, $d = 40$ нм и $d = 80$ нм принцип подобия удовлетворительно выполняется во всех трех группах (a, b, c). Однако для меньших толщин, например $d = 5$ нм в группе (a) наблюдаются небольшие отклонения, связанные с вкладом обменных спиновых волн.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассчитано влияние неоднородностей величины и ориентации оси одноосной локальной магнитной анизотропии на ФМР в зависимости от корреляционных свойств и размерностей 1D-и 2D-неоднородностей. Рассмотрены эффекты в ФМР, вызываемые прямым действием неоднородностей на динамические переменные намагниченности $\mathbf{m}(\mathbf{x}, t)$. Эффекты, вызываемые неоднородностью величины анизотропии при сохранении ориентации ее оси, полностью описываются этим прямым действием. Неоднородности ориентации оси анизотропии, кроме рассмотренных в работе эффектов прямого действия, приводят к косвенным эффектам, так как создают в образце статическую СМС, $\mathbf{M}(\mathbf{x})$, которая также влияет на динамические переменные $\mathbf{m}(\mathbf{x}, t)$. Эти дополнительные эффекты требуют отдельного рассмотрения.

Применимость различных приближений к описанию функции Грина, которая была нами рас-

смотрена ранее [28] для обменных спиновых волн в неограниченной среде, исследована для магнитодипольных и обменных спиновых волн в тонких пленках. Показано, что первое приближение теории возмущений (приближение Бурре в теории случайных сред, приближение Борна в физике конденсированных сред) неприменимо в области $0 < k_c d < 0.4$, т. е. для сравнительно больших неоднородностей с отношением $r_c/d > 2.5$. Самосогласованное приближение для функций Грина (SCA-G) (называемое приближением Крейчнана в теории турбулентности, приближением Мигдала или SCA Борна в физике конденсированных сред), которое мы в наших работах [28, 32, 38, 39] называем стандартным SCA, приемлемо описывает высоту, но совершенно неудовлетворительно форму резонансной линии при $0 < k_c d < 0.02$. При больших $k_c d$, в интервале $0.02 < k_c d < 0.2$, оно приемлемо описывает форму линии, но многократно завышает ее высоту, и только при $k_c d > 0.3$ удовлетворительно передает все параметры линии ФМР. Самосогласованное приближение для вершинной функции (SCA-V), предложенное в работе [27] и исследованное в работах [28, 32, 38, 39], где мы называли его «новое SCA», хорошо описывает все параметры функции Грина (линии ФМР) для всех рассмотренных величин $k_c d$. Показано, что исходное затухание ξ , обусловленное другими чем локальная анизотропия причинами, приводит к расширению интервалов применимости методов первого приближения теории возмущений и SCA-G. При $\xi = 0.005$ первое приближение применимо для $k_c d > 0.2$, а SCA-G — для $k_c d > 0.1$.

Эффект возрастания добротности резонанса — увеличение пика ФМР и уменьшение его ширины

при возрастании k_c , исследованный в данной работе для тонких пленок, имеет место и в неограниченной среде [28]. Отличие заключается в том, что возрастание добротности ферромагнитного резонанса в тонких пленках происходит не только при уменьшении корреляционного радиуса r_c , но и при увеличении толщины пленки, так как частотный интервал участвующих в этом процессе магнитодипольных волн пропорционален $k_c d$. Высокая добротность резонансов в аморфных и нанокристаллических пленках определяется этим эффектом. Резкая асимметрия волнового спектра по отношению к частоте ФМР приводит к асимметрии линии ФМР. Сформулирован и продемонстрирован принцип подобия для резонансных эффектов в неоднородных средах, обусловленных магнитодипольными волнами: высокочастотные восприимчивости $\chi(\omega)$ пленок разной толщины d_1, d_2, \dots, d_n одинаковы, если они описываются одним и тем же коэффициентом подобия $K = r_c^{(i)}/d_i$, т.е. радиусы корреляций неоднородностей $r_c^{(i)}$ изменяются пропорционально изменению толщины пленок d_i .

Финансирование. Работа выполнена в рамках научной тематики Госзадания Института физики им. Л. В. Киренского Сибирского отделения Российской академии наук.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Игнатченко, ЖЭТФ **54**, 303 (1968) [V. A. Ignatchenko, Sov. Phys. JETP **27**, 162 (1968)].
2. Н. Hoffman, J. Appl. Phys. **35**, 1790 (1964).
3. Н. Hoffman, Phys. Stat. Sol. (b) **5**, 187 (1964).
4. Н. Hoffman, Phys. Stat. Sol. (b) **6**, 733 (1964).
5. К. J. Harte, J. Appl. Phys. **39**, 1503 (1968).
6. Е. М. Злочевский, ФММ **27**, 750 (1969).
7. В. А. Игнатченко, Г. В. Дегтярев, ЖЭТФ **60**, 724 (1971) [V. A. Ignatchenko and G. V. Degtyarev, Sov. Phys. JETP **33**, 393 (1971)].
8. В. А. Игнатченко, Р. С. Исхаков, ЖЭТФ **72**, 1005 (1977) [V. A. Ignatchenko and R. S. Iskhakov, Sov. Phys. JETP **45**, 526 (1977)].
9. R. McMichael and P. Krivosik, IEEE Trans. Magn. **40**, 2 (2004).
10. М. В. Медведев, М. В. Садовский, ФТТ **23**, 1943 (1981).
11. А. Б. Мигдал, ЖЭТФ **34**, 1438 (1958).
12. R. H. Kraichnan, J. Fluid Mech. **5**, 497 (1959).
13. Г. М. Элиашберг, ЖЭТФ **38**, 966 (1960) [G. M. Eliashberg, Sov. Phys. JETP **11**, 696 (1960)].
14. D. Pines, *The Many-Body Problem*, Benjamin, New York (1961) [Д. Пайнс, *Проблема многих тел*, под ред. И. А. Красникова, Изд-во иностр. лит., Москва (1963)].
15. D. Pines, in *Polarons and Excitons*, ed. by C. G. Kuper and G. D. Whitfield, Plenum Press, New York (1963), p. 155.
16. R. Puff and G. Whitfield, in *Polarons and Excitons*, ed. by C. G. Kuper and G. D. Whitfield, Plenum Press, New York (1963), p. 171.
17. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, Физматгиз, Москва (1962).
18. Ю. А. Фирсов, *Полярны*, Наука, Москва (1975).
19. Н. А. Армад, В. Н. Секистов, Изв. вузов, Радиофизика **23**, 555 (1980).
20. Н. Н. Зернов, Изв. вузов, Радиофизика **25**, 520 (1982).
21. Н. В. Ткач, Р. Б. Фартушинский, ФТТ **45**, 1284 (2003).
22. Н. Bruus and K. Flensberg, *Introduction to Many-Body Quantum Theory in Condensed Matter Physics*, Ørsted Laboratory, Niels Bohr Institute, Copenhagen (2002).
23. М. В. Садовский, *Диagramматика. Лекции по избранным задачам теории конденсированного состояния. Издание второе*, Институт физики УрО РАН, Екатеринбург (2005) [Michael V. Sadovskii, *Diagrammatics: Lectures on Selected Problems in Condensed Matter Theory*, World Scientific, Singapore (2006)].
24. E. Schlomann, Phys. Rev. **182**, 632 (1969).
25. V. A. Ignatchenko and V. A. Felk, Phys. Rev. B **71**, 094417 (2005).
26. V. A. Ignatchenko and V. A. Felk, Phys. Rev. B **74**, 174415 (2006).
27. V. A. Ignatchenko and D. S. Polukhin, J. Phys. A Math. Theor. **49**, 095004 (2016).
28. V. A. Ignatchenko, D. S. Polukhin, and D. S. Tsikalov, JMMM **440**, 83 (2017).
29. R. D. McMichael, D. J. Twisselmann, and A. Kunz, Phys. Rev. Lett. **90**, 227601 (2003).

30. A. V. Izotov, V. A. Belyaev, P. N. Solovev, and N. M. Boev, *Physica B Condens. Matter* **556**, 42 (2019).
31. A. V. Izotov, V. A. Belyaev, P. N. Solovev, and N. M. Boev, *JMMM* **529**, 167856 (2021).
32. В. А. Игнатченко, Д. С. Цикалов, Д. С. Полухин, *ЖЭТФ* **163**, 50 (2023).
33. А. И. Ахиезер, В. Г. Барьяхтар, С. В. Пелетминский, *Спиновые волны*, Наука, Москва (1967).
34. А. Г. Гуревич, *Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках*, Наука, Москва (1973).
35. R. C. Bourret, *Nuovo Cim.* **26**, 1 (1962).
36. Л. А. Апресян, *Изв. вузов, Радиофизика* **17**, 165 (1974).
37. В. И. Кляцкин, *Стохастические уравнения*, т. 1, Физматлит, Москва (2008).
38. В. А. Игнатченко, Д. С. Полухин, *ЖЭТФ* **152**, 110 (2017).
39. В. А. Игнатченко, Д. С. Полухин, *ЖЭТФ* **157**, 428 (2020).