

# ОТВЕТ НА КОММЕНТАРИЙ К СТАТЬЕ С. О. АЛЕКСЕЕВА И ДР. «НЕЛОКАЛЬНЫЕ ГРАВИТАЦИОННЫЕ ТЕОРИИ И ИЗОБРАЖЕНИЯ ТЕНЕЙ ЧЕРНЫХ ДЫР», ЖЭТФ 165, 508 (2024)

С. О. Алексеев<sup>a,b\*</sup>, А. А. Байдерин<sup>b</sup>, А. В. Немтинова<sup>c</sup>, О. И. Зенин<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Государственный астрономический институт им. П. К. Штернберга,  
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова  
119234, Москва, Россия

<sup>b</sup> Кафедра квантовой теории и физики высоких энергий, физический факультет,  
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова  
119234, Москва, Россия

<sup>c</sup> Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина  
620002, Екатеринбург, Россия

Поступила в редакцию 9 сентября 2024 г.,  
после переработки 9 сентября 2024 г.  
Принята к публикации 1 октября 2024 г.

Ответ на комментарий к статье С. О. Алексеева, А. А. Байдерина, А. В. Немтиновой, О. И. Зенина  
«НЕЛОКАЛЬНЫЕ ГРАВИТАЦИОННЫЕ ТЕОРИИ  
И ИЗОБРАЖЕНИЯ ТЕНЕЙ ЧЕРНЫХ ДЫР», ЖЭТФ **165**, 508 (2024).

DOI: 10.31857/S0044451025020075

Настоящая работа представляет собой ответ на комментарий [1] к статье [2]. Мы разделили комментарий на две части: (i) замечание к постановке задачи, а именно, «какую физическую (астрономическую) постановку задачи отражает метрика черной дыры ... с такими квантовыми поправками», и (ii) замечание о том, что мы нашли, фактически, прицельный параметр, не доказав, рассеивается или нет фотон на черной дыре.

(i) *Замечание к постановке задачи.* Действительно, изначально была идея понять, как поведет себя тень черной дыры (ЧД) при учете дополнительных нелокальных членов. Нас заинтересовала теория, предложенная в работе [3]. При этом, поскольку черные дыры, тени которых «сфотографированы» в проекте Event Horizon Telescope [4], обсуждающиеся в нашей статье, вращаются [5], мы использовали предложенный Ньюеном и Янисом [6] ал-

горитм генерации вращающегося решения. Мы полностью согласны с автором комментария в том, что наличие константы связи, имеющей порядок  $10^{-44}$ , полностью закрывает астрофизическое приложение модели, предложенной в [3] и взятой нами за основу. Однако в нашей работе мы дополнительно подчеркнули, что *структура нелокальных действий в разных теориях может иметь похожий вид, поэтому и их ЧД-решения будут аналогичны, ... продолжение моделирования теней черных дыр важно для того, чтобы ... найти способ учета нелокальных членов для действий аналогичной структуры, но с коэффициентами другого порядка...* Полученный способ моделирования, а также его результаты применимы и к другим нелокальным теориям, особенно к тем, где нет обрезывающих действие дополнительных членов констант. Мы планируем в дальнейшем, на основе приведенного в работе анализа, обсудить и другие теории подобной структуры, по-видимому, на этом стоило остановиться подробнее. Заметим, что на заседании Научной сессии секции ядерной физики ОФН РАН (1–5 апреля

\* E-mail: alexeyev@physics.msu.ru

2024 г., Дубна, ОИЯИ), где доклад С. О. Алексеева стоял сразу после доклада А. Ф. Захарова, состоялось горячее обсуждение именно этого вопроса. Тогда же состоялась и дискуссия об оправданности поиска вращающегося решения с учетом того угла, под которым видны Sgr A и M87.

(ii) *Замечание о прицельном параметре.* Действительно, чтобы фотон приближался к круговой орбите (а не рассеивался), требуется выполнение условия

$$R(r_{ph}) = R'(r_{ph}) = 0,$$

$$R(r) = [\chi(r)E - aJ]^2 - \Delta(r)[K + (J - aE)^2],$$

$$R'(r) = 2E\chi'(r)[\chi(r)E - aJ] - \Delta'(r)[K + (J - aE)^2],$$

где

$$\chi = \sqrt{g(r)/f(r)}r^2 + a^2 = \omega + a^2,$$

$$\Delta(r) = g(r)r^2 + a^2.$$

В обсуждаемом случае

$$g^{-1}(r) = \left(1 - \frac{2G_n M}{r}\right)^{-1} - \frac{\hat{\beta} \hbar G_n^2 M}{r^3} + O(G_n^3),$$

$$\omega = r^2 \left(1 + \frac{(\hat{\alpha} + \hat{\beta}) \hbar G_n^2 M}{2r^3}\right).$$

Поскольку  $\xi = J/E$ , имеем  $E = J/\xi$ . Значит, условие перехода фотонов на круговые орбиты запишется в виде

$$\frac{2\chi'}{\Delta'\xi} = \frac{1}{\Delta} \left[ \frac{\chi}{\xi} - a \right].$$

Переобозначим

$$\hat{\alpha} = \alpha, \quad \hat{\beta} = \beta.$$

Также приравняем

$$M = G_n = \hbar = 1$$

(система единиц теоретической физики). В итоге выражения для  $\chi$  и ее производной примут вид

$$\chi = r^2 + \frac{\alpha + \beta}{2r} + a^2,$$

$$\chi' = 2r - \frac{\alpha + \beta}{2r^2}.$$

Записав  $\xi$  как

$$\xi = \frac{\chi}{a} - \frac{2\chi'(gr^2 + a^2)}{a(gr^2)'}$$

и подставляя все эти выражения в условие для перехода на круговые орбиты, получим

$$\begin{aligned} & \frac{4r - \frac{\alpha + \beta}{r^2}}{r^2 + \frac{\alpha + \beta}{2r} + a^2 + (-4r + \frac{\alpha + \beta}{r^2}) \frac{r^2 g + a^2}{2rg + r^2 g'}} = \\ & = \frac{2rg + r^2 g'}{r^2 g + a^2} \frac{(4r - \frac{\alpha + \beta}{r^2}) \frac{r^2 g + a^2}{2rg + r^2 g'}}{r^2 + \frac{\alpha + \beta}{2r} + a^2 + (-4r + \frac{\alpha + \beta}{r^2}) \frac{r^2 g + a^2}{2rg + r^2 g'}}. \end{aligned}$$

Таким образом, происходит сокращение, и в итоге выражение приходит к тождеству  $1 = 1$ , что в обсуждаемом случае доказывает переход фотонов на круговые орбиты, а не их рассеивание.

Действительно, если визуально рассматривать профили теней черных дыр, то различие будет малозаметным. Но, тем не менее, принципиально оно есть, да и точность наблюдений будет со временем увеличиваться. Поэтому на других графиках работы [2] и были приведены параметры, позволяющие зафиксировать это различие, а также их зависимости от скорости вращения.

**Благодарности.** Авторы признательны А. Ф. Захарову за замечания к их работе, высказанные в Комментарий.

## ЛИТЕРАТУРА

1. А. Ф. Захаров, *Комментарий к статье С. О. Алексеева и др. «Нелокальные гравитационные теории и изображения теней черных дыр*, ЖЭТФ **165**, 508 (2024), ЖЭТФ **167** (2) (2025).
2. С. О. Алексеев, А. А. Байдерин, А. В. Немтинова, О. И. Зенин *Нелокальные гравитационные теории и изображения теней черных дыр*, ЖЭТФ **165**, 508 (2024).
3. X. Calmet, R. Casadio, and F. Kuipers, *Phys. Rev. D* **100**, 086010 (2019).
4. K. Akiyama et al., *First M87 Event Horizon Telescope Results. IX. Detection of Near-horizon Circular Polarization*, *Astrophys. J. Lett.* **957**, L20 (2023).
5. Y. Cui et al., *Precessing Jet Nozzle Connecting to a Spinning Black Hole in M87*, *Nature* **621**, 711 (2023).
6. E. T. Newman and A. I. Janis, *Note on the Kerr Spinning Particle Metric*, *J. Math. Phys.* **6**, 915 (1965).