

КОМПЕНСАЦИЯ СВЕТОВОГО СДВИГА РЕЗОНАНСОВ КОГЕРЕНТНОГО ПЛЕНЕНИЯ НАСЕЛЕННОСТЕЙ В ПАРАХ ЦЕЗИЯ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ДВОЙНОЙ ЧАСТОТНОЙ И АМПЛИТУДНОЙ МОДУЛЯЦИИ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

В. И. Вишняков, Д. В. Бражников, М. Н. Скворцов*

*Институт лазерной физики
Сибирского отделения Российской академии наук
630090, Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 21 апреля 2024 г.,
после переработки 21 апреля 2024 г.
Принята к публикации 6 мая 2024 г.

Исследуется световой (динамический штарковский) сдвиг резонансов когерентного пленения населенностей (КПН) в парах атомов цезия при их возбуждении излучением диодного лазера с вертикальным резонатором, ток которого модулируется на сверхвысокой частоте (≈ 4.6 ГГц). Такой подход используется в некоторых современных квантовых стандартах частоты (КСЧ) микроволнового диапазона. Один из основных факторов, приводящих к ухудшению долговременной стабильности частоты КСЧ, связан со световым сдвигом резонанса КПН из-за вариаций оптической мощности P в газовой ячейке. В настоящей работе показано, что при использовании дополнительного электрооптического модулятора, собранного по типу интерферометра Маха–Цендера, появляется возможность эффективно управлять амплитудами боковых полос в спектре излучения. Это позволяет находить такое оптимальное значение оптической мощности, вблизи которой сдвиг резонанса нечувствителен к малым ее изменениям. Результаты работы представляют интерес для развития КСЧ на основе КПН.

*Статья представлена в рамках публикации материалов конференции
«Физика ультратехнологичных атомов» (ФУХА-2023), Новосибирск, декабрь 2023 г.*

DOI: 10.31857/S0044451024100110

1. ВВЕДЕНИЕ

Компактные КСЧ и атомные часы на их основе находят ряд важных применений в спутниковых навигационных системах [1, 2], включая системы навигации для дальнего космоса [3], широкополосных коммуникационных сетях [4], в системах дистанционного зондирования [5, 6] и других приложениях. В настоящее время активно развиваются три основных направления в создании компактных КСЧ, в качестве репера для привязки частоты в которых выступает резонанс КПН [7–9], двойной радиооптический резонанс [1, 10] или различ-

ные субдоплеровские резонансы [11–18], наблюдаемые в ячейках с парами цезия или рубидия (см. обзор [4]). Первые два типа КСЧ относятся к микроволновому диапазону, в которых стабилизируется частота, равная нескольким ГГц. В третьем случае стабилизируется частота оптического диапазона (сотни ТГц), а затем осуществляется перенос стабильности частоты в микроволновый диапазон с помощью оптических микрорезонаторов [11]. При этом наиболее компактными являются КСЧ на основе резонансов КПН, отличающиеся также малым энергопотреблением (~ 1 Вт и менее), что особенно важно для мобильных приложений, включая различные космические технологии с использованием «наноспутников» [3, 6].

Ключевым элементом КСЧ на основе резонансов КПН (КСЧ/КПН) является диодный лазер с верти-

* E-mail: vladislav.vishnyakov@gmail.com

кальным резонатором (ЛВР) [7]. Конструкция этого лазера позволяет эффективно осуществлять модуляцию тока накачки на сверхвысоких частотах (от единиц до десятков ГГц) для получения в спектре его излучения боковых полос, необходимых для наблюдения резонансов КПН в ячейках, наполненных парами щелочного металла (как правило, Rb или Cs). При этом ЛВР обладают весьма низким пороговым током генерации (~ 1 мА), что означает их низкое энергопотребление.

Важнейшей характеристикой любого КСЧ является остаточная нестабильность частоты на длинных временных интервалах усреднения ($\tau \gtrsim 10^4$ с), характеризующаяся девиацией Аллана (σ_y) [19]. В случае с КСЧ/КПН в долговременную нестабильность частоты значительный вклад вносят дрейф полной оптической мощности в газовой ячейке, а также дрейф мощности СВЧ-генератора, из-за которого меняются соотношения интенсивностей различных боковых полос в спектре излучения ЛВР. Дрейфы обоих типов приводят к смещению сигнала ошибки, формируемого из резонанса КПН системой автоподстройки частоты в составе КСЧ. Это смещение происходит, главным образом, из-за динамического эффекта Штарка (световой сдвиг) для уровней энергии часового перехода $|F_{g1}, m_{g1}=0\rangle \rightarrow |F_{g2}, m_{g2}=0\rangle$ («0–0» переход). Здесь $F_{g1,g2}$ — полные угловые моменты сверхтонких уровней энергии основного состояния щелочного атома, а квантовые числа $m_{g1,g2}$ описывают проекции этих угловых моментов на ось квантования z .

Зависимость светового сдвига Δ_f резонанса КПН от индекса частотной модуляции тока ЛВР, точнее от мощности СВЧ-модуляции (P_μ), обычно имеет нелинейный вид, в котором могут присутствовать экстремумы, а также пересечения с осью абсцисс, где световой сдвиг равен нулю [20, 21]. Такое поведение функции $\Delta_f(P_\mu)$ подсказывает очевидный способ подавления влияния светового сдвига на резонанс КПН и в конечном счете на долговременную стабильность КСЧ. А именно, в зависимости от того, вариации какого из параметров вносят больший вклад в нестабильность частоты — вариации оптической мощности P или вариации микроволновой мощности P_μ , — оказывается возможным подобрать оптимальный индекс частотной модуляции, при котором либо вариации P [22], либо вариации P_μ [9] не приводят к существенному сдвигу сигнала ошибки.

В некоторых особых случаях, например при определенном давлении буферного газа [23] или при выборе оптимальной схемы возбуждения резонан-

сов КПН [24], оказывается возможным одновременно подавить влияние малых вариаций как P , так и P_μ на сдвиг сигнала ошибки. Также возможно подобрать такой образец ЛВР, у которого при одной и той же P_μ световой сдвиг будет меньше, чем для другого образца ЛВР того же производителя [25]. Однако такой подход не позволяет управлять световым сдвигом резонанса КПН при использовании конкретного образца ЛВР и представляется неуниверсальным и малоприменимым для практической реализации в атомных часах. Кроме того, некоторые образцы ЛВР могут вовсе не демонстрировать требуемой нелинейной зависимости $\Delta_f(P_\mu)$, поскольку при повышении P_μ такие ЛВР выходят из одномодового режима генерации [26].

В настоящее время различными научными группами продолжают поиски новых методов контроля и подавления светового сдвига в КСЧ/КПН. В большинстве из них используются импульсные техники, в которых различные параметры лазерного излучения изменяются скачками с помощью внешних электрооптических и/или акустооптических модуляторов (см., например, [27–31]). Также поведением светового сдвига можно управлять, изменяя относительные интенсивности боковых полос в спектре излучения, например, с помощью температуры паров [32] или с использованием двойной частотной модуляции тока накачки ЛВР на микроволновой [33] или на более низкой [34] частоте. Отметим, что при использовании обычной СВЧ-модуляции тока ЛВР спектр его излучения, в общем случае, не соответствует симметричному спектру, который должен наблюдаться при частотной модуляции. Напротив, в нем боковые полосы одинаковых по модулю порядков, например порядков $+1$ и -1 , могут быть не равны по интенсивности. Часто эту асимметрию спектра связывают с влиянием побочной амплитудной модуляцией [35–37]. Однако более строгий анализ этой проблемы выявляет сильное влияние на выходной спектр излучения нелинейных межмодовых эффектов в ЛВР [38].

В нашей работе исследуется новый метод возбуждения резонансов КПН, подразумевающий как модуляцию тока накачки ЛВР на микроволновой частоте, так и последующую амплитудную модуляцию лазерного излучения на той же частоте с помощью внешнего электрооптического модулятора (ЭОМ). В качестве ЭОМ мы используем модулятор, собранный по типу интерферометра Маха–Цендера. В отличие от побочной амплитудной модуляции в ЛВР, в нашем случае этот тип модуляции хорошо контролируется. Таким образом, появляется больше

возможностей для управления спектром лазерного поля. В частности, это приводит к сильно нелинейному характеру зависимости сдвига частоты сигнала ошибки от полной оптической мощности, тогда как при использовании только СВЧ-модуляции тока накачки лазера эта зависимость близка к линейной (см. также [20, 39, 40]). Нелинейный характер зависимости $\Delta_f(P)$ с наличием экстремума позволяет использовать оптимальную оптическую мощность P_{opt} , при которой можно ожидать подавление влияния флуктуаций и малых дрейфов P на стабильность частоты КСЧ/КПН. Также отметим, что комбинация «ЛВР+ЭОМ» ранее не использовалась для спектроскопии атомов щелочных металлов, что также представляет интерес.

2. ЭКСПЕРИМЕНТ

Схема экспериментальной установки показана на рис. 1. В ней используется коммерчески доступный ЛВР с шириной спектра генерации около 50 МГц и максимальной оптической мощностью около 250 мВт. Питание лазера было осуществлено по схеме «Bias Tee», которая позволяет смешивать постоянный ток питания лазера с сигналом на частоте около 4.6 ГГц от СВЧ-генератора. В эксперименте с двойной частотной и амплитудной модуляцией сигнал с генератора подавался с помощью делителя одновременно на лазер и на ЭОМ (iXblue NIR-MX950-LN-20). Длина проводов от делителя до лазера и ЭОМ могла быть различной. Таким образом можно было регулировать фазу между амплитудным и частотным типами модуляции, равную $\varphi_1 - \varphi_2$, на рис. 1. Термостабилизация лазера осуществлялась с точностью порядка 1 мК.

Излучение ЛВР проходило через два оптических изолятора, изображенных на рис. 1 в виде одного элемента. Полуволновая пластинка ($\lambda/2$) позволяла согласовывать линейную поляризацию излучения с оптической осью волокна ЭОМ. После ЭОМ часть излучения направлялось в сканирующий интерферометр Фабри–Перо (SA210-8B фирмы Thorlabs) для исследования спектрального состава излучения, имеющего область свободной дисперсии 10 ГГц и ширину пика пропускания около 350 МГц. Другая часть излучения после четвертьволновой пластинки ($\lambda/4$) приобретала циркулярную поляризацию и направлялась в ячейку с парами цезия и буферным газом (неон, около 130 Торр). Ячейка была изготовлена из боросиликатного стекла и имела форму куба с длиной грани около 5 мм и небольшим отростком,

в котором содержался металлический цезий. Температура ячейки поддерживалась постоянной около 60°C с помощью нагревательных элементов и системы термостабилизации. Эта температура была выбрана так, чтобы резонанс КПН обладал достаточным контрастом для выполнения измерений в желаемом диапазоне значений P и P_μ . Нагрев ячейки не влиял заметным образом ни на контраст резонанса КПН, ни на положение сигнала ошибки. Диаметр ($1/e^2$) лазерного пучка в ячейке составлял примерно 1 мм.

Для изоляции ячейки от внешнего магнитного поля использовался трехслойный магнитный экран из пермаллоя. Остаточное магнитное поле в центре экрана не превышало 100 мкГс. Для создания постоянного однородного магнитного поля в ячейке использовался соленоид, расположенный внутри экранов. Это поле позволяет снять вырождение сверхтонких уровней энергии основного состояния атома для селективного возбуждения часового перехода «0-0».

Многочастотное лазерное излучение возбуждало оптические переходы в D_1 -линии ($\lambda \approx 895$ нм). Буферный газ приводил к существенному столкновительному уширению линии поглощения, так что сверхтонкое расщепление уровня энергии в возбужденном состоянии цезия спектрально не разрешалось. Частота излучения ЛВР стабилизировалась по центру суммарного контура поглощения.

Для формирования сигнала ошибки из резонанса КПН системой автоподстройки частоты был применен метод, аналогичный методу Паунда–Древера–Холла (ПДХ), широко используемый для стабилизации оптической частоты лазерного излучения по высокочастотному резонатору [41]. Этот метод активно используется в настоящее время и для КСЧ/КПН [9, 42–44]. При использовании метода ПДХ для формирования сигнала ошибки резонанс КПН сканируется с частотой, существенно превышающей его ширину. В нашем случае эта частота была равна примерно 10 кГц при полуширине резонанса на полувысоте (HWHM) порядка 1 кГц.

Пример резонанса КПН представлен на рис. 2 а, на котором виден центральный резонанс КПН и два боковых, отстоящих примерно на 10 кГц. Небольшое различие в амплитудах левого и правого пиков объясняется в основном влиянием шума, который составлял для данной записи резонанса примерно 10% от центрального пика. По оси x указана рамановская (двухфотонная) отстройка частоты: $\delta_R = 2f_\mu - \delta_{hfs}$, где f_μ — частота СВЧ-генератора, δ_{hfs} — частота сверхтонкого расщепления в атоме

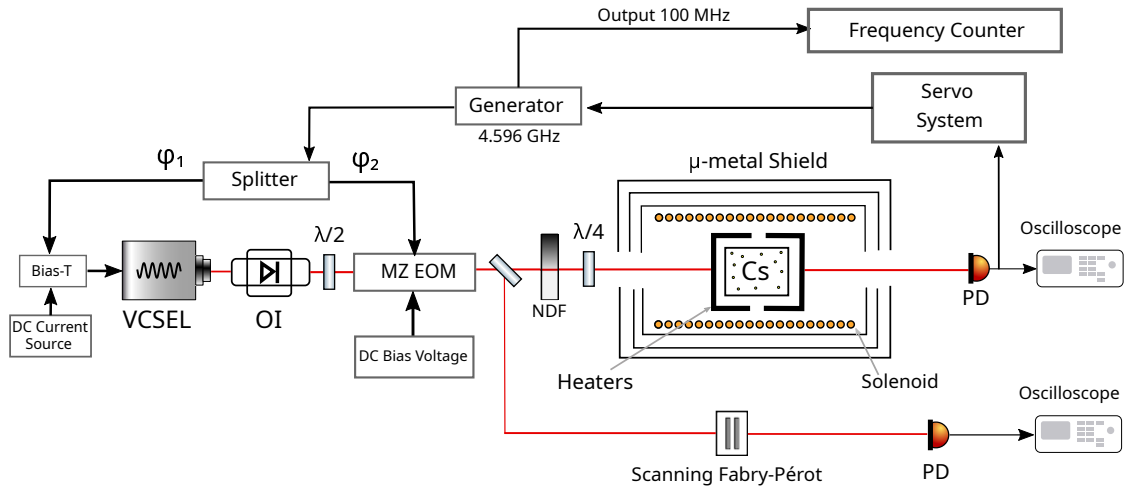


Рис. 1. Схема экспериментальной установки по наблюдению резонансов КПН методом двойной частотной и амплитудной модуляций лазерного излучения: VCSEL — лазер с вертикальным резонатором, OI — два оптических изолятора Фарадея, расположенных последовательно, MZ EOM — волоконный электрооптический модулятор, собранный по схеме интерферометра Маха–Цендера, NDF — набор нейтральных фильтров, $\lambda/2$, $\lambda/4$ — фазовые пластинки, PD — фотодетектор

цезия (≈ 9.2 ГГц). Приведенный КПН-резонанс находится в режиме полевого уширения. Минимальная ширина резонанса (при $P \rightarrow 0$) определяется скоростью релаксации основного состояния в атоме цезия, которая в наших экспериментах равна примерно 250 Гц. Это значение совпадает с расчетным по данным для коэффициента диффузии и сечений столкновений из [45, 46]). Релаксация в основном состоянии атома цезия связана с диффузным пролетом атома цезия через световой пучок, с процессом спинового обмена между атомами цезия, а также с деполаризацией из-за столкновений атомов цезия с атомами буферного газа. Соответствующий сигнал ошибки изображен на рис. 2 б.

Процесс измерения светового сдвига заключался в следующем. Система автоподстройки частоты стабилизировала частоту СВЧ-генератора по резонансу КПН методом ПДХ, описанным выше. Эта частота связана с частотой внутреннего кварцевого генератора, равной 100 МГц, через заданный коэффициент деления. Таким образом, стабильность частоты из СВЧ-диапазона переносится в радиодиапазон. Затем частота сигнала 100 МГц с выхода СВЧ-генератора с помощью компаратора VCN-323 сравнивалась с частотой опорного сигнала от водородного стандарта частоты СН1-1007 (АО «Время-Ч»). Оба прибора обозначены на рис. 1 как Frequency Counter. Оптическая мощность излучения изменялась перед ячейкой каждую минуту с помощью замены нейтрального фильтра, что приводило к соответствующему сдвигу частоты 100 МГц на выходе

СВЧ-генератора. Таким образом, на экране компаратора отражалась характерная ступенчатая функция, отражающая зависимость частоты от времени.

Пример спектра излучения при модуляции тока ЛВР на частоте около 4.6 ГГц показан на рис. 3. Наблюдаемые большие пики, отстоящие друг от друга на частоту СВЧ-модуляции, представляют несущую частоту (0) и боковые полосы порядков -1 и $+1$. Другие пики, незначительно выделяющиеся на фоне шума — побочные моды интерферометра, отличные от TEM_{00} . На представленной записи спектра наблюдается небольшая асимметрия: оптическая мощность боковой полосы порядка $+1$ превышает мощность боковой полосы порядка -1 примерно на 10%. Эта асимметрия в совокупности с ненулевой однофотонной отстройкой частоты от оптических переходов в D_1 -линии может приводить к асимметрии резонанса КПН [47] и соответствующему эффективному сдвигу нуля сигнала ошибки. Мы предполагаем, что именно этот эффект ответственен за наблюдаемую в наших экспериментах нелинейную зависимость $\Delta_f(P)$, поскольку качественное ее поведение согласуется с теорией, развитой в работе [44] на основе упрощенной Λ -схемы уровней энергии в атоме.

Влияние асимметрии спектра ЛВР на сдвиг сигнала ошибки зависит не только от разницы в оптических мощностях соответствующих боковых полос, но и от полной оптической мощности [44]. Между тем, относительно небольшая асимметрия спектра ЛВР не влияет существенным образом на линейный характер зависимости сдвига сигнала ошибки

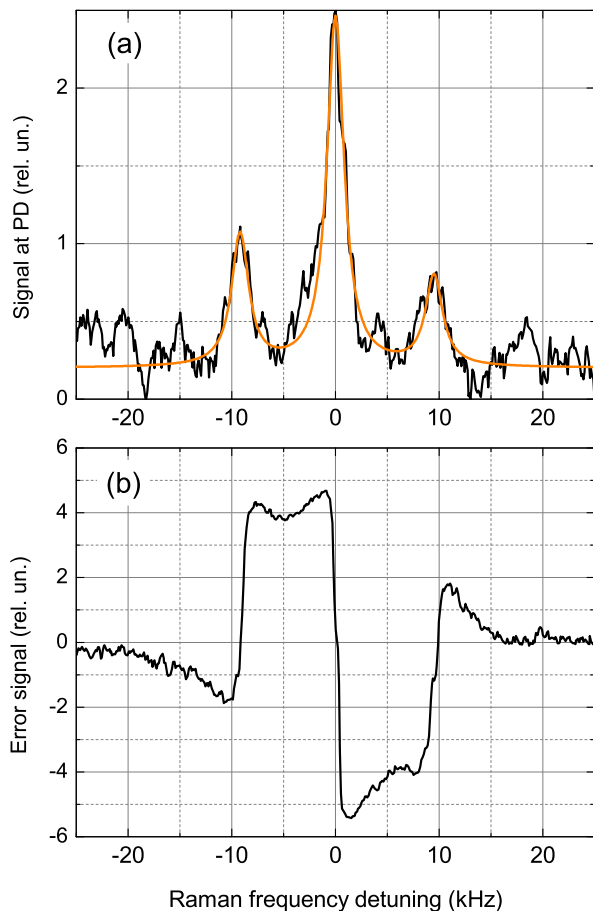


Рис. 2. *a* — Резонанс КПН, возбуждаемый излучением ЛВР при модуляции его тока накачки на частоте примерно 4.6 ГГц. Также присутствует низкочастотная модуляция тока на частоте около 10 кГц при использовании режима ПДХ. Оранжевой кривой показана аппроксимация тремя лоренцевскими контурами, каждый с полушириной около 1 кГц. *b* — Сигнал ошибки на выходе синхронного детектора. $P \approx 20$ мкВт, $P_\mu \approx 500$ мкВт, $T \approx 60^\circ\text{C}$

от полной оптической мощности, что отражено на рис. 4 *a* (см. также [20, 39, 40]). На этом рисунке приводятся данные для светового сдвига без постоянной составляющей, которая связана в основном с влиянием буферного газа — столкновительный сдвиг (примерно 80 кГц по данным из [48]).

Величиной асимметрии спектра излучения в нашем случае можно управлять не только мощностью сигнала от СВЧ-генератора, но и с помощью изменения напряжения смещения на ЭОМ (U_{EOM}). При поступлении на ЭОМ монохроматической волны это напряжение позволяет эффективно контролировать перераспределение энергии между боковыми полосами и несущей оптической частотой и, в частности, позволяет полностью подавить несущую, оставляя на выходе только полосы ± 1 порядков. В нашем слу-

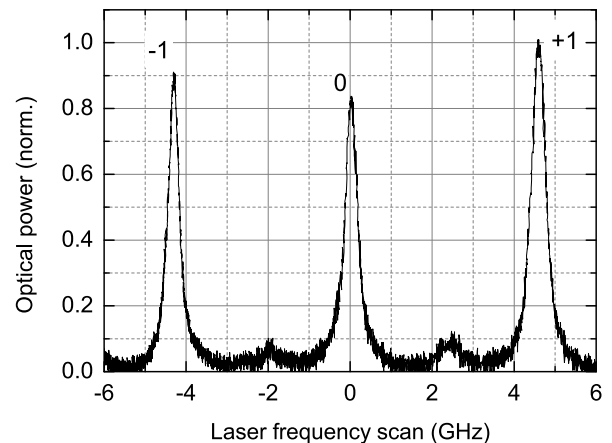


Рис. 3. Спектр излучения ЛВР, ток которого модулирован на частоте 4.6 ГГц. Цифрами указан порядок боковой полосы. Спектр нормирован на величину оптической мощности боковой полосы спектра порядка +1. $P_\mu \approx 500$ мкВт (−3 дБм)

чае U_{EOM} используется как еще одна степень свободы для управления асимметрией спектра излучения. Причем этот параметр гораздо более удобный, чем P_μ , поскольку зачастую микроволновая мощность не может быть увеличена достаточно, чтобы наблюдать существенную асимметрию. А именно, с ростом P_μ ЛВР может выходить из режима односторонней генерации [26]. Так, используемый в наших экспериментах ЛВР не позволял подавать на него микроволновую мощность свыше примерно 1.5 мВт, т.е. с его помощью не могут быть получены достаточно высокие индексы частотной модуляции, чтобы можно было наблюдать зависимость $\Delta_f(P)$ в виде горизонтальной прямой на рис. 4 *a*, когда штарковский сдвиг сигнала ошибки обращается в нуль (см., например, [25, 32]).

В отличие от P_μ , параметр U_{EOM} позволяет более свободно регулировать асимметрию спектра излучения, распределяя больше оптической мощности то в полосу порядка +1, то в полосу порядка −1, как это изображено на рис. 5. Действительно, на рис. 5 *a* видно, что при $U_{EOM} = -2$ В спектр излучения обладает относительно небольшой асимметрией, как и в случае СВЧ-модуляции только тока ЛВР (см. рис. 3). В данном случае оптические мощности боковых полос различаются примерно на 15%. На рис. 5 *b* это различие гораздо более значительное и составляет уже около 50%, при этом наибольшая мощность приходится на полосу порядка +1. На рис. 5 *c* ситуация обратная: наибольшей мощностью обладает полоса порядка −1.

В конечном счете, подбором комбинации значений P_μ и U_{EOM} можно добиться существенно нели-

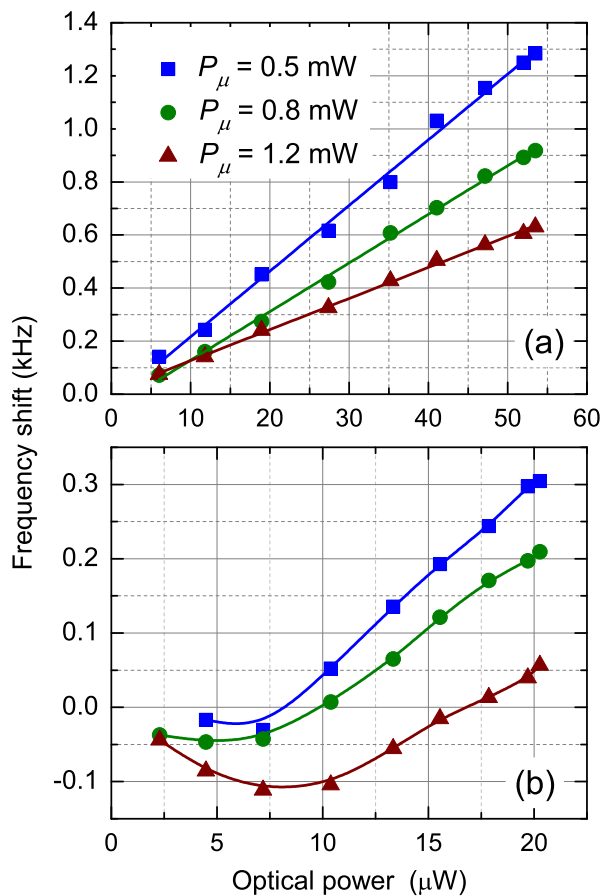


Рис. 4. Световой сдвиг сигнала ошибки от частоты перехода «0–0» только при использовании микроволновой модуляции тока ЛВР (a) и при использовании двойной модуляции сначала тока лазера, а затем излучения с помощью ЭОМ (b). В первом случае СВЧ-сплиттер не использовался (см. рис. 1), а во втором случае указанная микроволновая мощность делилась поровну между ЛВР и ЭОМ. Постоянный фон, не зависящий от P , вычтен из обоих рисунков. $U_{EOM} \approx -3$ В. $T \approx 60^\circ\text{C}$

нейного поведения функции $\Delta_f(P)$, как это представлено на рис. 4b. Например, из рисунка следует, что при $P_\mu \approx 1.2$ мВт и $U_{EOM} \approx -3$ В в зависимости $\Delta_f(P)$ имеется пологий минимум (красные треугольники). Положение этого минимума задает оптимальную оптическую мощность $P_{opt} \approx 8$ мкВт, при которой частота КСЧ будет слабо чувствительна к малым вариациям полной оптической мощности в ячейке. Отметим, что такой оптимум присутствует и для меньших значений P_μ .

Асимметрией спектра и, как следствие, положением оптимума на рис. 4b также можно управлять с помощью относительной фазы между амплитудной

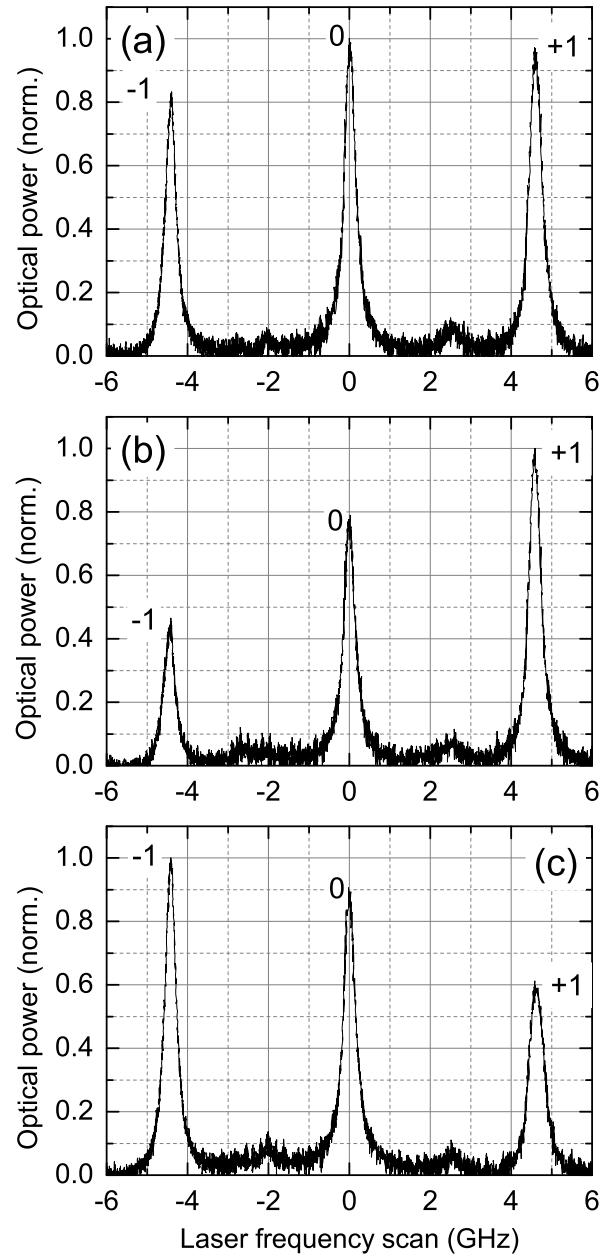


Рис. 5. Спектры излучения ЛВР, прошедшего ЭОМ при $U_{EOM} = -2$ В (a), $U_{EOM} = -1$ В (b) и $U_{EOM} = -3.5$ В (c). Общая мощность СВЧ-сигнала до сплиттера (см. рис. 1) составляет примерно 1.2 мВт (1 дБм)

и частотной типами модуляции спектра. В нашем эксперименте это могло быть осуществлено с помощью регулирования длины проводов, соединяющих сплиттер с микроволновым генератором (см. рис. 1). Более точно это может быть реализовано с помощью соответствующей электроники (фазовращателя для СВЧ-сигнала).

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе был исследован новый метод компенсации светового сдвига частоты КСЧ на основе резонансов КПН. Этот метод подразумевает использование двойной СВЧ-модуляции: на одной и той же микроволновой частоте модулируется ток накачки ЛВР и интенсивность лазерного излучения, проходящего через амплитудный ЭОМ. Экспериментально было показано, что такой метод позволяет более свободно управлять асимметрией спектра излучения, чем при использовании только СВЧ-модуляции тока лазера, как в современных миниатюрных атомных часах на основе КПН. В конечном счете использование двойной частотной и амплитудной модуляции позволило наблюдать нелинейный вид зависимости сдвига Δ_f сигнала ошибки от полной оптической мощности P , которая содержит экстремум. Положение этого экстремума задает оптимальную оптическую мощность, вблизи которой частота КСЧ обладает слабой чувствительностью к малым вариациям полной оптической мощности в ячейке с атомами. На качественном уровне такое поведение $\Delta_f(P)$ согласуется с теорией, представленной в работе [44], из чего мы делаем вывод, что наблюдаемая зависимость светового сдвига связана с влиянием асимметрии резонанса КПН. Тем не менее, необходимо дальнейшее развитие теории наблюдаемого эффекта.

Для прямого измерения долговременной стабильности частоты (девиации Аллана) с использованием предложенного метода возбуждения резонансов КПН требуется цезиевая ячейка с другим составом буферного газа, чем тот, что использован нами в проведенных экспериментах (130 Торр неона). Например, можно использовать определенную смесь Ar и Ne, чтобы обеспечить нечувствительность положение резонанса КПН к малым вариациям температуры паров вблизи 60°C. На основе данных из [48] можно показать, что при использовании имеющейся в нашем распоряжении ячейки эта чувствительность существенная и составляет около 9 Гц/К. Такая температурная чувствительность сдвига частоты приведет к относительной долговременной нестабильности КСЧ на уровне около $2 \cdot 10^{-12}$.

После подавления эффекта температурного сдвига за счет правильного соотношения буферных газов в ячейке основными вкладами в долговременную нестабильность будут именно световые сдвиги. На основе приведенных в нашей работе результатов следует, что контроль оптической мощности на уровне 1% от оптимальной мощности (вблизи экс-

тремума зависимости $\Delta_f(P)$, см. рис. 4b) приведет к относительному сдвигу частоты на уровне $5 \cdot 10^{-13}$. Таким образом, при использовании предложенного метода двойной частотной и амплитудной модуляции излучения долговременная нестабильность частоты КСЧ, вызванная малым дрейфом оптической мощности, может быть в разы меньше, чем демонстрируют передовые образцы миниатюрных КСЧ/КПН [8, 9].

Финансирование. Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант №22-12-00279).

ЛИТЕРАТУРА

1. T. N. Bandi, N. M. Desai, J. Kaintura et al., *GPS Solutions* **26**, 54 (2022).
2. E. Fernández, D. Calero, and M. Eulàlia Parés, *Sensors* **17**, 370 (2017).
3. S. Nydam, J. Anderson, N. S. Barnwell et al., *A Compact Optical Time Transfer Instrument for Ground-to-Space Synchronization of Clocks*, in Proc. AIAA SPACE and Astronautics Forum and Exposition, Orlando, Florida, USA, 12-14 September 2017. P. 5381.
4. B. L. Schmittberger Marlow and D. R. Scherer, *IEEE Trans. UFFC* **68**, 2007 (2021).
5. S. E. Freeman, L. Emokpae, J. S. Rogers, and G. F. Edelmann, *J. Acoust. Soc. Am.* **143**, EL74 (2018).
6. C. L. Chow, Y. Zhang, M. S. Tse et al., *Overview of Project SPATIUM — Space Precision Atomic-clock Timing Utility Mission*, in Proc. 33rd Annual AIAA/USU Conference on Small Satellites, Logan, Utah, USA, 3-8 August 2019. Report no. SSC19-WKVII-07.
7. J. Kitching, *Appl. Phys. Rev.* **5**, 031302 (2018).
8. H. Zhang, H. Herdian, A. T. Narayanan et al., *IEEE J. Solid-St. Circ.* **54**, 3135 (2019).
9. М. Н. Сковцов, С. М. Игнатович, В. И. Вишняков и др., *Квантовая электроника* **50**, 576 (2020) [M. N. Skvortsov, S. M. Ignatovich, V. I. Vishnyakov et al., *Quantum Electronics* **50**, 576 (2020)].
10. E. Batori, C. Affolderbach, M. Pellaton et al., *Phys. Rev. Applied* **18**, 054039 (2022).
11. Z. L. Newman, V. Maurice, T. Drake et al., *Optica* **6**, 680 (2019).

12. D. Brazhnikov, M. Petersen, G. Coget et al., *Phys. Rev. A* **99**, 062508 (2019).
13. A. Sargsyan, A. Amiryan, Y. Pashayan-Leroy et al., *Opt. Lett.* **44**, 5533 (2019).
14. V. Maurice, Z. Newman, S. Dickerson et al., *Opt. Express* **28**, 24708 (2020).
15. Д. В. Бражников, С. М. Игнатович, И. С. Месензова и др., *КЭ* **50**, 1015 (2020) [D. V. Brazhnikov, S. M. Ignatovich, I. S. Mesenzova et al., *Quantum Electronics* **50**, 1015 (2020)].
16. A. Gusching, M. Petersen, N. Passilly et al., *J. Opt. Soc. Am. B* **38**, 3254 (2021).
17. D. V. Brazhnikov, S. M. Ignatovich, I. S. Mesenzova et al., *J. Phys. Conf. Ser.* **1859**, 012019 (2021).
18. А. М. Михайлов, Р. Будо, Д. В. Бражников, *ЖЭТФ* **160**, 818 (2021) [A. M. Mikhailov, R. Boudot, and D. V. Brazhnikov, *JETP* **133**, 696 (2021)].
19. Ф. Риле, *Стандарты частоты: Принципы и приложения*, Физматлит, Москва (2009) [F. Riehle, *Frequency Standards: Basics and Applications*, Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim (2004)].
20. F. Levi, A. Godone, and J. Vanier, *IEEE Trans. UFFC* **47**, 466 (2000).
21. D. S. Chuchelov, V. V. Vassiliev, M. I. Vaskovskaya et al., *Phys. Scripta* **93**, 114002 (2018).
22. D. Miletic, C. Affolderbach, M. Hasegawa et al., *Appl. Phys. B* **109**, 89 (2012).
23. M. I. Vaskovskaya, E. A. Tsygankov, D. S. Chuchelov et al., *Opt. Express* **27**, 35856 (2019).
24. D. V. Brazhnikov, S. M. Ignatovich, and M. N. Skvortsov, *Phys. Rev. Appl.* **21**, 054046 (2024), DOI: 10.1103/PhysRevApplied.21.054046
25. Y. Yin, Y. Tian, Y. Wang, and S. Gu, *Spectrosc. Lett.* **50**, 227 (2017).
26. A. O. Makarov, S. M. Ignatovich, V. I. Vishnyakov et al., *AIP Conf. Proc.* **2098**, 020010 (2019).
27. V. I. Yudin, M. Yu. Basalaev, A. V. Taichenachev et al., *Phys. Rev. Appl.* **14**, 024001 (2020).
28. M. Abdel Hafiz, R. Vicarini, N. Passilly et al., *Phys. Rev. Appl.* **14**, 034015 (2020).
29. K. A. Barantsev and A. N. Litvinov, *J. Opt. Soc. Am. B* **39**, 230 (2022).
30. C. Carlé, M. Abdel Hafiz, S. Keshavarzi et al., *Opt. Express* **31**, 8160 (2023).
31. Д. А. Раднатаров, С. М. Кобцев, В. А. Андрюшков и др., *Письма в ЖЭТФ* **117**, 504 (2023) [D. A. Radnatarov, S. M. Kobtsev, V. A. Andryushkov et al., *JETP Lett.* **117**, 504 (2023)].
32. D. Radnatarov, S. Kobtsev, V. Andryushkov, and T. Steschenko, *Proc. SPIE* **11817**, 118170O (2021).
33. A. P. Bogatov, A. E. Drakin, M. I. Vaskovskaya et al., *Opt. Lett.* **47**, 6425 (2022).
34. К. Н. Савинов, А. К. Дмитриев, А. В. Кривецкий, *Квант. электроника* **52**, 116 (2022) [K. N. Savinov, A. K. Dmitriev, and A. V. Krivetskii, *Quantum Electronics* **52**, 116 (2022)].
35. C. Affolderbach, C. Andreeva, S. Cartaleva et al., *Appl. Phys. B* **80**, 841 (2005).
36. C. Long and K. Choquette, *J. Appl. Phys.* **103**, 033101 (2008).
37. F. Gruet, A. Al-Samaneh, E. Kroemer et al., *Opt. Express* **21**, 5781 (2013).
38. E. A. Tsygankov, S. A. Zibrov, M. I. Vaskovskaya et al., *Opt. Express* **30**, 2748 (2022).
39. K. Deng, T. Guo, J. Su et al., *Phys. Lett. A* **373**, 1130 (2009).
40. M. Merimaa, T. Lindvall, I. Tittonen, and E. Ikonen, *J. Opt. Soc. Am. B* **20**, 273 (2003).
41. E. D. Black, *Am. J. Phys.* **69**, 79 (2001).
42. I. Ben-Aroya, M. Kahanov, and G. Eisenstein, *Opt. Express* **15**, 15060 (2007).
43. V. I. Yudin, A. V. Taichenachev, M. Yu. Basalaev, and D. V. Kovalenko, *Opt. Express* **25**, 2742 (2017).
44. V. I. Yudin, M. Yu. Basalaev, A. V. Taichenachev et al., *Phys. Rev. A* **108**, 013103 (2023).
45. N. Beverini, P. Minguzzi, and F. Strumia, *Phys. Rev. A* **4**, 550 (1971).
46. W. Happer, *Rev. Mod. Phys.* **44**, 169 (1972).
47. A. V. Taichenachev, V. I. Yudin, R. Wynands et al., *Phys. Rev. A* **67**, 033810 (2003).
48. O. Kozlova, S. Guérandel, and E. de Clercq, *Phys. Rev. A* **83**, 062714 (2011).