

ОПТИЧЕСКАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ НАНОЧАСТИЦ В ГИБРИДНЫХ ЛОВУШКАХ

*Е. В. Соболева**, *Д. П. Щербинин*, *С. С. Рудый*, *А. В. Иванов*

*Международный научно-образовательный центр физики наноструктур, Университет ИТМО
197101, Санкт-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 3 апреля 2024 г.,
после переработки 30 апреля 2024 г.
Принята к публикации 6 мая 2024 г.

Представлены результаты теоретического исследования динамики заряженных диэлектрических наночастиц в гибридной ловушке. Предложена новая конфигурация гибридной ловушки, состоящей из поверхностной электродинамической ловушки с прозрачными электродами и оптической дипольной ловушки, формируемой лазерным гауссовым пучком. Моделирование динамики проводилось для наночастиц диоксида кремния, локализованных в гибридной ловушке в воздушной среде с учетом вязкого трения. Показано, что интенсивность лазерного излучения дипольной ловушки может использоваться в качестве бифуркационного параметра рассматриваемой динамической системы для изменения положения равновесия наночастиц. Предложенная конфигурация гибридной ловушки может стать новой платформой для реализации оптомеханической машины Изинга.

*Статья представлена в рамках публикации материалов конференции
«Физика ультрахолодных атомов» (ФУХА-2023), Новосибирск, декабрь 2023 г.*

DOI: 10.31857/S0044451024100092

1. ВВЕДЕНИЕ

Гибридные ловушки, объединяющие методы электродинамического и оптического захвата и пленения в одном устройстве, открывают широкие возможности для локализации и управления одиночными микро- и наночастицами. Основной особенностью гибридных ловушек является возможность локализации частиц на разных пространственных масштабах. Так, ширина области локализации электродинамических ловушек обычно принимает значение в диапазоне от нескольких нанометров до нескольких сантиметров. Напротив, ширина потенциальной ямы оптического пинцета характеризуется шириной гауссова пучка и обычно составляет до 10 мкм [1–3], с глубиной потенциала на несколько порядков превышающей потенциал электродинамической ловушки [4]. Таким образом, локализация осуществляется двухступенчатым

подходом: на первом этапе происходит грубая локализация заряженных частиц в поле электродинамической ловушки, а на втором этапе выполняется тонкая локализация в поле оптического пинцета.

Обычно для создания гибридных ловушек используются квадрупольные радиочастотные ловушки или другие конфигурации ловушек, обладающие единственным положением устойчивого равновесия заряженных частиц [4–7]. Такой выбор обуславливает эффективное сопряжение координат потенциальных минимумов электродинамического и оптического потенциалов. При этом указанное распределение потенциала не является единственно возможным. Так, например, известны поверхностные электродинамические ловушки, в которых наблюдается формирование нескольких положений равновесия [8–10]. Вместе с тем, несколько точек устойчивого равновесия в оптическом пинцете может быть реализовано с использованием пучков Эрмита – Гаусса в модах высших порядков [2, 11].

С практической точки зрения может быть интересна реализация гибридной ловушки, где один из потенциалов характеризуется несколькими положе-

* E-mail: eliz.sobol239@gmail.com

ниями равновесия. Можно предположить, что в таких системах при изменении соотношения управляющих параметров может наблюдаться эффект бифуркации положения равновесия. Физически это означает, что при одном наборе управляющих параметров удержание почти полностью будет определяться взаимодействием с потенциалом электродинамической ловушки, а при изменении параметров - с потенциалом оптического пинцета. Таким образом, положение и количество точек устойчивого равновесия будет однозначно определяться соотношением управляющих параметров гибридной системы.

Наличие точки бифуркации в исследуемой системе открывает возможность физической реализации машины Изинга [12], которая представляет собой новый тип вычислительных устройств, основанных на не-фон-неймановской архитектуре, специализирующихся на эффективном решении задач комбинаторной оптимизации [13]. В зависимости от значения управляющего параметра в системе с точкой бифуркации существует либо одно стационарное состояние, либо два. В окрестности точки бифуркации динамика системы становится неустойчивой, и существует неопределенность в переходе системы в одно из двух стационарных состояний. Такое поведение системы может быть использовано для кодировки спиновых состояний модели Изинга [14]. Физические системы, с помощью которых можно получать решение модели Изинга, имеют потенциал практического применения для решения оптимизационных задач в различных областях человеческой деятельности [14, 15]. Ранее было показано, что в качестве платформы для реализации машины Изинга могут использоваться связанные оптические параметрические осцилляторы [16], ячейки Керра [17], джозефсоновские осцилляторы [18] и другие нелинейные динамические системы. Использование предлагаемой гибридной ловушки в качестве новой платформы для реализации машины Изинга представляется перспективным направлением исследований.

В настоящей работе предложена новая конфигурация гибридной ловушки, состоящей из поверхностной электродинамической ловушки с прозрачными электродами и оптической дипольной ловушки. Следует отметить, что использование прозрачных электродов в электродинамической ловушке позволяет расположить лазерный луч оптической ловушки вертикально, что отличает предложенную конфигурацию гибридной ловушки от других применяемых конфигураций и определяет полученные в настоящей работе результаты. Показано, что при локализации наночастиц в поверхностной ловуш-

ке, наблюдается формирование двух устойчивых положений равновесия, вызванных разрушением симметрии эффективного потенциала. При значениях интенсивности лазерного излучения, при которых градиентная сила превышает силы взаимодействия частиц с электрическим полем ловушки, наблюдается переход системы к динамическому режиму, характеризующемуся одной устойчивой точкой локализации. Таким образом, показано, что управление положением частицы в гибридной ловушке может быть достигнуто только за счет изменения интенсивности лазерного излучения, без каких-либо изменений в направлении распространения излучения или без изменения взаимного расположения элементов ловушки.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГИБРИДНОЙ ЛОВУШКИ

Для описания динамики наночастиц в гибридных ловушках использованы следующие приближения. Во-первых, взаимодействие оптического излучения с объектом локализации описывается в рамках дипольного приближения, когда размер объекта локализации существенно меньше длины волны лазерного излучения. В настоящей работе мы рассматриваем наночастицы диоксида кремния с гидродинамическим радиусом $a = 20$ нм. Необходимо отметить, что дипольное приближение при моделировании взаимодействия частиц диоксида кремния с лазерным излучением на длине волны 1064 нм может быть применено для частиц с характерным размером не более $\sim \lambda/10$ нм. Так, например, сечение экстинкции для наночастиц диоксида кремния размером 20 нм, определенное в дипольном приближении [2], составляет $4.70 \cdot 10^{-2}$ нм² в рамках теории рассеяния Ми $4.89 \cdot 10^{-2}$ нм² [19]. При увеличении размеров частиц необходимо учитывать возбуждение квадрупольных моментов и моменты высших порядков или использовать теорию Ми. Кроме того, сечение рассеяния может быть оценено экспериментально, например, как в работе [20]. Во-вторых, при анализе динамики применяется сферическое приближение формы объекта локализации, что позволяет описывать диссипацию энергии при локализации в воздухе в рамках приближения Стокса. В-третьих, пространственное распределение потенциала оценивалось решением задачи Дирихле для верхнего полупространства ($z > 0$).

Для реализации электродинамического модуля пленения гибридной ловушки применяется поверх-

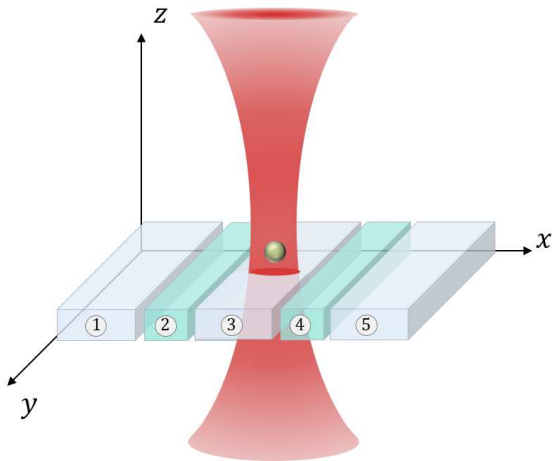


Рис. 1. Схема электродинамической ловушки

ностная электродинамическая ловушка в конфигурации, предложенной в работе [21]. Схема электродинамической ловушки представлена на рис. 1. По своей сути, электродинамическая ловушка является системой из пяти прямоугольных электродов, на два из которых подается управляющее переменное напряжение (силовые электроды отмечены цифрами 2 и 4 на рис. 1). Оставшиеся три электрода заземлены (отмечены цифрами 1, 3, 5 на рис. 1). Длина электродов составляет 5 мм, ширина силовых электродов - 1 мм, ширина заземленных электродов равняется 2 мм. Пространственное распределение потенциала вокруг электродов ловушки может быть описано в виде

$$U(x, y, z, t) = \frac{1}{2\pi} V_0 \cos(\omega t) \sum_j f_j(x_{1j}, y_{1j}, x_{2j}, y_{2j}), \quad (1)$$

где V_0 — амплитуда переменного напряжения на электродах электродинамической ловушки, ω — частота переменного напряжения на электродах, f_j — функции пространственного распределения потенциала над j -м прямоугольным электродом с координатами диагональных вершин $x_{1j}, y_{1j}, x_{2j}, y_{2j}$ [22]:

$$\begin{aligned} f_j = & \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{(x_{1j} - x)(y_{1j} - y)}{z \sqrt{(x_{1j} - x)^2 + (y_{1j} - y)^2 + z^2}} \right) - \\ & - \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{(x_{1j} - x)(y_{2j} - y)}{z \sqrt{(x_{1j} - x)^2 + (y_{2j} - y)^2 + z^2}} \right) - \\ & - \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{(x_{2j} - x)(y_{1j} - y)}{z \sqrt{(x_{2j} - x)^2 + (y_{1j} - y)^2 + z^2}} \right) - \\ & + \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{(x_{2j} - x)(y_{2j} - y)}{z \sqrt{(x_{2j} - x)^2 + (y_{2j} - y)^2 + z^2}} \right). \quad (2) \end{aligned}$$

При моделировании частота переменного напряжения принималась равной 150 кГц, а амплитуда переменного напряжения — 300 В.

Оптический модуль гибридной ловушки реализован на принципах оптического пинцета с использованием сфокусированного лазерного пучка с гауссовым профилем интенсивности $I(x, y, z)$ в виде [23]

$$I(x, y, z) = \frac{2P}{\pi W(z)^2} \exp \left[\frac{-2(x^2 + y^2)}{W^2(z)} \right], \quad (3)$$

здесь

$$W(z) = W_0 \sqrt{1 + [(z - h)/z_0]^2},$$

P — мощность лазерного излучения, h — высота положения перетяжки над поверхностью электродов, $z_0 = \pi W_0^2 / \lambda$ — рэлеевская длина, λ — длина волны лазерного излучения, W_0 — ширина перетяжки гауссова пучка.

Лазерное излучение направлено перпендикулярно поверхности ловушки. Рассматривается случай, когда лазер светит снизу вверх, так и случай, когда излучение направлено сверху вниз. Длина волны лазерного излучения принималась равной $\lambda = 1064$ нм, а положение перетяжки устанавливалось на высоте $h = 1.2$ мм от поверхности ловушки. Ширина перетяжки лазерного излучения равнялась $\Omega_0 = 1000$ мкм. Пиковая мощность лазерного излучения считалась равной $P_{\max} = 16$ Вт. Необходимо отметить, что возможность распространения лазерного излучения вдоль оси z сквозь электроды ловушки физически может быть достигнуто за счет использования прозрачных тонкопленочных электродов. Ранее была успешно продемонстрирована возможность создания полностью прозрачных поверхностных ловушек с использованием тонких пленок оксидов индия и олова (ИТО) [8, 24].

В рамках принятых приближений со стороны оптического излучения на частицу будут действовать две силы: сила светового давления F_{scat} по направлению лазерного излучения и градиентная сила по направлению к максимуму интенсивности, F_{grad} . В таком случае силы F_{scat} и F_{grad} могут быть записаны в следующем виде [2]

$$\begin{aligned} F_{scat}(z) = & \\ = & \hat{z} \frac{128\pi^5}{3} \frac{n_2^5 a^6}{c\lambda^4} \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right)^2 I(x, y, z), \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{grad}(x, y, z) = & \\ = & \frac{2\pi n_2 a^3}{c} \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right) \nabla I(x, y, z), \quad (5) \end{aligned}$$

где n_1 и n_2 — показатели преломления материала частиц и окружающей среды, соответственно, $n_1 = 1.45$, $n_2 = 1$, $m = n_1/n_2$, \hat{z} — единичный вектор вдоль оси z в зависимости от направления распространения лазерного излучения.

Учитывая все силы, уравнения движения заряженной наночастицы при локализации в воздухе с учетом вязкого трения примет вид

$$M\ddot{x} = -e \frac{\partial U(x, y, z, t)}{\partial x} - F_{grad,x} - 6\pi\mu a \dot{x}, \quad (6)$$

$$M\ddot{y} = -e \frac{\partial U(x, y, z, t)}{\partial y} - F_{grad,y} - 6\pi\mu a \dot{y}, \quad (7)$$

$$M\ddot{z} = -e \frac{\partial U(x, y, z, t)}{\partial z} - F_{grad,z} - F_{scat} - Mg - 6\pi\mu a \dot{z}, \quad (8)$$

где $F_{grad,\{x,y,z\}}$ — компоненты градиентной силы, M — масса заряженной наночастицы, e — заряд наночастицы, μ — динамическая вязкость воздуха.

Несмотря на то, что уравнения (6), (7) выглядят одинаково, описываемая динамика будет существенно отличаться вдоль осей $0x$ и $0y$. Такое различие будет связано с конфигурацией рассматриваемых электродов. Так как электроды направлены вдоль оси $0y$, градиент электрического потенциала вдоль оси $0y$ намного меньше, чем вдоль оси $0x$. В такой системе можно ожидать, что эффекты разрушения симметрии эффективного потенциала будут более существенны вдоль оси $0y$ [8].

Моделирование динамики проводилось для случая наночастиц диоксида кремния со средней плотностью $\rho = 2200$ кг/м³, радиусом $a = 20$ нм и зарядом на поверхности, равным $e = 1.2 \cdot 10^2$ элементарных зарядов. Динамическая вязкость воздуха принималась равной $\mu = 18 \cdot 10^{-6}$ Па·с.

Положения устойчивого равновесия могут быть определены численным решением задачи Коши для системы дифференциальных уравнений (6), (8) при заданных начальных условиях. Начальные условия задавались с учетом особенностей геометрии ловушки, представленной на рис. 1. Считалось, что начальные координаты x и y соответствуют средней точке ловушки $x(0) = 2$ мм, $y(0) = 2.5$ мм, а начальная координата по оси z находится на расстоянии в пределах случайного распределения $z(0) \in [1.2..1.5]$ мм от поверхности ловушки. Начальные скорости по осям x , y и z задавались случайно в пределах распределения $\dot{x}(0) \in [-2..2]$ мм/с $\dot{y}(0) \in [-2..2]$ мм/с, $\dot{z}(0) \in [-2..2]$ мм/с, соответственно. Решение находилось с помощью метода Рунге-Куты 4-го

порядка с переменным шагом интегрирования. Моделирование осуществлялось в диапазоне времени $\tau \in [0..10^6]$, где $\tau = \omega t$.

3. ОБСУЖДЕНИЯ И РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 2 представлены результаты моделирования динамики объектов локализации при различной мощности лазерного излучения $P \in [-P_{max}..P_{max}]$ при $P_{max} = 16$ Вт. Отрицательные значения соответствуют направлению распространения излучения противоположно направлению вектора силы тяжести. На рис. 2 а построена зависимость координат устойчивого положения равновесия частицы вдоль оси $0z$. На рис. 2 б построена зависимость координат устойчивого положения равновесия частицы вдоль оси $0y$. В случае, когда лазерное излучение отсутствует, процессы локализации заряженных частиц полностью обуславливаются их взаимодействием с полем электродинамической ловушки. При этом наблюдаются две точки устойчивого равновесия с координатами вдоль оси $0y$ 3.2 мм и 1.8 мм на высоте относительно поверхности ловушки 1.126 мм. Наличие двух точек устойчивого равновесия является следствием разрушения симметрии эффективного потенциала электродинамической ловушки, вызванным влиянием силы тяжести. Настоящий эффект в поверхностных электродинамических ловушках был подробно описан в работе [8]. При воздействии лазерного излучения на объекты локализации наблюдается смещение положения наночастицы вдоль рассматриваемых осей. При мощности лазерного излучения более 6.88 Вт при направлении лазерного излучения снизу вверх и менее 12 Вт при направлении лазерного луча сверху вниз сохраняется бистабильный характер рассматриваемой динамической системы. Сохранение бистабильности обуславливается сопоставимостью оптических и электрических сил, действующих в системе.

В тоже время действие градиентной силы F_{grad} , стягивающей наночастицу в область максимальной интенсивности лазерного излучения, приводит к сближению точек устойчивого равновесия вдоль оси $0y$. Также наблюдается увеличение высоты точек устойчивого равновесия над поверхностью электрода. К данному эффекту сразу приводит несколько механизмов — стягивание наночастицы в перетяжку под действием F_{grad} , а также нивелирование эффекта разрушения симметрии эффективного потенциала при учете потенциальной энергии наночастицы в оптическом поле. При изменении направ-

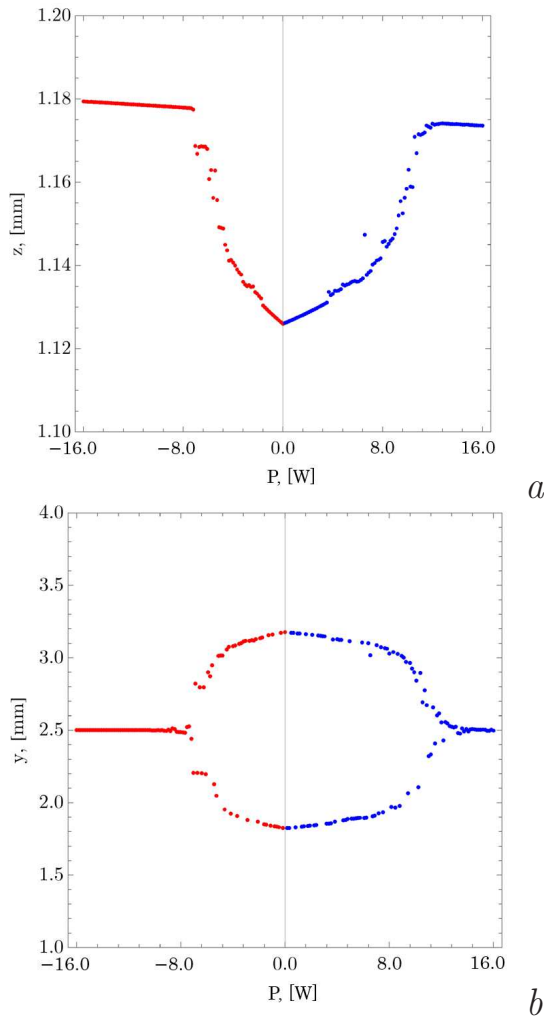


Рис. 2. Диаграмма динамики объектов локализации в зависимости от мощности лазерного излучения P . *a* — Зависимость координат устойчивого положения равновесия частицы вдоль оси Oz . *b* — Зависимость координат устойчивого положения равновесия частицы вдоль оси Oy

ления излучения, все силы, кроме F_{scat} , сохраняют свои направления. Изменение направления рассеивающей силы обуславливает асимметрию зависимостей, представленных на рис. 2.

При мощности излучения ниже 6.88 Вт при направлении луча снизу вверх и выше 12 Вт при направлении сверху вниз система переходит с состояние, характеризующееся единственным положением равновесия. В случае мощного лазерного излучения процессы локализации почти полностью определяются взаимодействием с полем оптического модуля, которое характеризуется единственным положением устойчивого равновесия. Точка устойчивого равновесия находится в центре ловушки, а ее высота над поверхностью электродов определяется мощно-

стью лазерного излучения. Действие F_{scat} приводит к дальнейшему подъему наночастицы над поверхностью электродов при направлении излучения снизу вверх и уменьшению высоты локализованной наночастицы при направлении излучения сверху вниз.

Ранее в тексте было отмечено, что предлагаемая конфигурация гибридной ловушки, реализующая динамику наночастицы с бифуркацией типа вилки, может быть использована как платформа для решения задач комбинаторной оптимизации, что эквивалентно минимизации гамильтониана в модели Изинга [14]. В работе [25] для управляемой диссипативной системы с бифуркацией была предложена вычислительная схема поиска глобального минимума гамильтониана Изинга, основанная на гибридном аналого-цифровом представлении бинарных спинов [12]. Схема реализуется с помощью метода градиентного спуска функции Ляпунова, которая представляет собой сумму аналогового гамильтониана Изинга и одно- или двумного потенциала. В работе [26] было показано, что первые ненулевые устойчивые состояния, которые станут стабильными при изменении формы потенциала с одиночной ямы на двойную яму, связаны с глобальным минимумом гамильтониана Изинга. В вычислительной схеме такого типа для решения задач комбинаторной оптимизации используется аналоговая версия гамильтониана Изинга, который вводится как источник потерь в открытой диссипативной системе. В этом случае общее уравнение, описывающее динамику диссипативной системы с обратной связью для N аналоговых обобщенных координат q_j , можно представить в следующем виде

$$\frac{d^2 q_j(t)}{dt^2} = -\frac{\partial}{\partial q_j} \left(\sum_j V_B(q_j) + \beta V_I(\mathbf{q}) \right), \quad (9)$$

где $V_B(q_j)$ — бистабильный эффективный потенциал, представляющий собой функцию усредненной по времени кинетической энергии быстрых осцилляций с учетом всех сил, указанных в уравнении (7);

$$V_I(\mathbf{q}) = -\sum_{j,l} \omega_{jl} q_j q_l$$

— аналоговая форма гамильтониана Изинга; β — сила связи между динамическими переменными, $0 < \beta \ll 1$; ω_{jl} — матрица связи динамических переменных, определяющая условия комбинаторной задачи и обладающая следующими свойствами:

$$\omega_{jl} = \omega_{lj}, \omega_{jj} = 0.$$

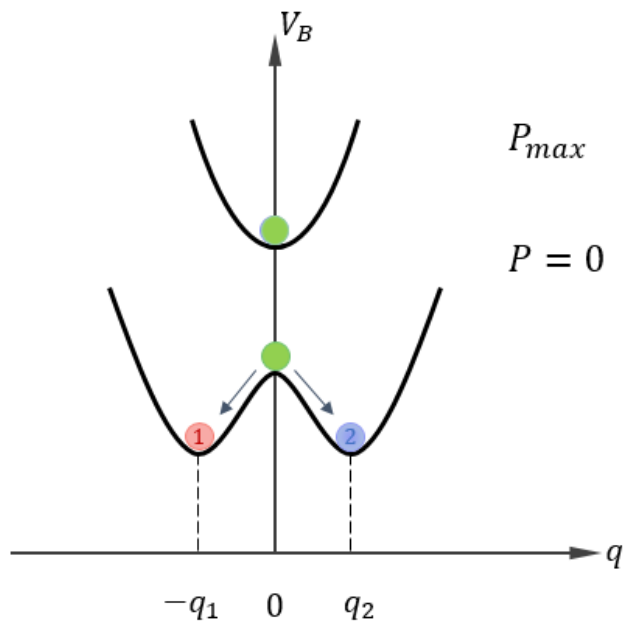


Рис. 3. Бистабильный потенциал оптомеханической системы

В общем случае потенциал V_B может быть представлен в виде

$$V_B(q_j) = -1/2\alpha q_j^2 + 1/4q_j^4,$$

а уравнения динамики при $\beta = 0$ принимают вид, характерный для бифуркационной системы [25]:

$$\ddot{q}_j = \alpha q_j - q_j^3, \tag{10}$$

где α — управляющий параметр. Система имеет одно стабильное состояние $q_j = 0$, когда управляющий параметр имеет значение меньше критического (одномыный потенциал) и два стабильных состояния в случае, когда значение α больше критического (двумыный потенциал), что схематично показано на рис. 3. В случае, когда $\beta \neq 0$, уравнения динамики примут вид

$$\ddot{q}_j = \alpha q_j - q_j^3 - \beta \sum_l \omega_{jl} q_l. \tag{11}$$

Уравнения (11) описывают динамику N -частичной системы, в которой параметр α определяет усиление, а последний член, получаемый из аналогового гамильтониана Изинга, описывает потери в системе. При непрерывном увеличении усиления система стремится к состоянию с наименьшими потерями, что соответствует нахождению минимальной энергии заданного гамильтониана Изинга. Для использования рассматриваемой в

настоящей работе оптомеханической системы в качестве физической платформы для вычислений комбинаторных задач можно реализовать подход, предложенный в работах [12, 26]. Этот подход основан на аналого-цифровом представлении бинарных спинов и их временном мультиплексировании. При таком подходе значения спинов определяются с помощью нелинейной динамики оптомеханической системы для каждого из N спинов последовательно с разделением во времени, а вычисление межспинового взаимодействия, содержащегося в гамильтониане Изинга, которое подразумевает реализацию вектор-матричного перемножения согласно условиям комбинаторной задачи, осуществляется с помощью цифровых методов и устройств. При этом в оптомеханической системе управляющим параметром выступает интенсивность лазерного излучения, а кодировка спинов $\sigma_j = \pm 1$ основана на определении положения частицы по оси Oy , в контексте описанного формализма $\sigma_j = q_j/|q_j|$. Более подробно использование предложенной оптомеханической системы в качестве платформы для решения комбинаторных задач будет рассмотрено в отдельной работе.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе рассмотрены особенности процесса локализации заряженных диэлектрических наночастиц в гибридных ловушках. Предложена конфигурация гибридной ловушки, состоящей из поверхностной электродинамической ловушки с прозрачными электродами и оптической дипольной ловушки. Поверхностная ловушка реализована пятью плоскими прямоугольными электродами. В качестве дипольной ловушки используется сфокусированное лазерное излучение с гауссовым распределением интенсивности. В расчетах принималось, что лазерное излучение направлено по нормали к поверхности электродинамической ловушки. Моделирование динамики осуществлялось для заряженных наночастиц диоксида кремния с гидродинамическим радиусом 20 нм. Моделирование показывает, что в отсутствии лазерного излучения наблюдается формирование двух устойчивых положений равновесия. При воздействии сфокусированного лазерного излучения наблюдается сближение точек устойчивого равновесия вплоть до полного их слияния. Изменение координат точек устойчивого равновесия объясняется действием градиентной силы, способствующей втягиванию прозрачных наночастиц в

область наибольшей интенсивности лазерного излучения. Необходимо отметить, что изменение координат устойчивого равновесия достигается без изменения направления лазерного излучения или изменения относительного положения элементов ловушки. В настоящей работе показано, что в зависимости от направления лазерного излучения точка бифуркации наблюдается при разных значениях управляющего параметра - мощности лазерного излучения. Кроме того, наблюдается асимметрия зависимостей координат точек устойчивого равновесия от мощности лазерного излучения при учете направления распространения излучения. Асимметрия зависимостей объясняется изменением направления рассеивающей силы, действующей по направлению лазерного излучения. Таким образом, система характеризуется управляемой бифуркацией положения равновесия частиц. Предложенная конфигурация гибридной ловушки может стать новой платформой для реализации нового типа оптомеханической машины Изинга.

Финансирование. Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда № 22-42-05002

ЛИТЕРАТУРА

1. P. Polimeno, A. Magazzu, M. A. Iati et al., *Optical Tweezers and Their Applications*, J. of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer **218**, 131 (2018).
2. Z. Liu and D. Zhao, *Radiation Forces Acting on a Rayleigh Dielectric Sphere Produced by Highly Focused Elegant Hermite-cosine-Gaussian Beams*, Optics Express **20**, 2895 (2012).
3. N. Viana, A. Mazolli, M. Neto et al., *Absolute Calibration of Optical Tweezers*, Appl. Phys. Lett. **88**, 131110 (2006).
4. G. P. Conangla, R. A. Rica and R. Quidant, *Extending Vacuum Trapping to Absorbing Objects with Hybrid Paul-optical Traps*, Nano Lett. **20**, 6018 (2020).
5. J.-M. Cui, S.-J. Sun, X.-W. Luo et al., *Cold Hybrid Electrical-Optical Ion Trap*, arXiv preprint arXiv:2306.10366 (2023).
6. J. Pérez-Ríos and C. Greene, *Reactivity in Ion-neutral High Density Medias*, EPJ Web of Conferences **113**, 02004 (2016).
7. J. Kwolek, D. Goodman, B. Slayton et al., *Measurement of Charge Exchange Between Na and Ca⁺ in a Hybrid Trap*, Phys. Rev. A **99**, 052703 (2019).
8. D. Shcherbinin, V. Rybin, S. Rudyi et al., *Charged Hybrid Microstructures in Transparent Thin-film Ito Traps: Localization and Optical Control*, Surfaces **6**, 133 (2023).
9. S. Rudyi, A. Ivanov, and D. Shcherbinin, *Fractal Quasi-coulomb Crystals in Ion Trap with Cantor Dust Electrode Configuration*, Fractal and Fractional **7**, 686 (2023).
10. U. Tanaka, M. Nakamura, K. Hayasaka et al., *Creation of Double-well Potentials in a Surface-electrode Trap Towards a Nanofriction Model Emulator*, Quantum Science and Technology **6**, 024010 (2021).
11. Y. Shi, H. Zhao, L. K. Chin et al., *Optical Potential-well Array for High-selectivity, Massive Trapping and Sorting at Nanoscale*, Nano Lett. **20**, 5193 (2020).
12. T. Inagaki, Y. Haribara, K. Igarashi et al., *A Coherent Ising Machine for 2000-node Optimization Problems*, Science **354**, 603 (2016).
13. S. Tanaka, Y. Matsuda and N. Togawa, *Theory of Ising Machines and a Common Software Platform for Ising Machines*, 2020 25th Asia and South Pacific Design Automation Conference (ASP-DAC) 659 (2020).
14. A. Lukas, *Ising Formulations of Many NP Problems*, Frontiers In Physics **2**, 74887 (2014).
15. N. Mohseni, P. L. McMahon and T. Byrnes, *Ising Machines as Hardware Solvers of Combinatorial Optimization Problems*, Nat. Rev. Phys. **4**, 363 (2022).
16. A. Marandi, Z. Wang, K. Takata et al., *Network of Time-multiplexed Poptical Parametric Oscillators as a Coherent Ising Machine*, Nature Photonics **8**, 937 (2014).
17. Y. Rah, Y. Jeong, S. Han et al., *Low Power Coherent Ising Machine Based on Mechanical Kerr Nonlinearity*, Nature Photonics **130**, 073802 (2023).
18. S. Razmkhah, M. Kamal, N. Yoshikawa et al., *Josephson Parametric Oscillator Based Ising Machine*, Phys. Rev. B **109**, 014511 (2024).
19. H. Du, *Mie-scattering Calculation*, Appl. Opt. **43**, 1951 (2004).

20. E. J. Davis, Periasamy and Ravindran, *Single Particle Light Scattering Measurements Using the Electrodynamic Balance*, *Aerosol Science and Technology* **1**, 337 (1982).
21. M. G. House, *Analytic Model for Electrostatic Fields in Surface-electrode Ion Traps*, *Phys. Rev. A* **78**, 033402 (2008).
22. Н. Н. Миролюбов, М. В. Костенко, М. Л. Левинштейн и др., *Методы расчета электростатических полей*, Высшая школа, Москва (1963), с.4.
23. Saleh, Bahaa, Teich et al., *Fundamentals of Photonics*, John Wiley and Sons (2019).
24. D. P. Shcherbinin, V. V. Rybin, S. S. Rudyi et al., *Transparent Surface Radio-frequency Trap*, *SPIE Future Sensing Technologies* **12327**, 359 (2023).
25. T. Leleu, U. Utsunomiya and K. Aihara, *Combinatorial Optimization Using Dynamical Phase Transitions in Driven-dissipative Systems*, *Phys. Rev.* 022118 (1995).
26. F. Böhm, G. Verschaffelt and G. Van der Sande, *A Poor Man's Coherent Ising Machine Based on Optoelectronic Feedback Systems for Solving Optimization Problems*, *Nat. Commun.* **10**, 3538 (2019).