

ЭФФЕКТЫ КОГЕРЕНТНОСТИ МАГНИТНЫХ ПОДУРОВНЕЙ, ИНДУЦИРОВАННЫЕ ПОЛЕМ ВОЛНЫ ЛИНЕЙНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ, В СПЕКТРАХ НАСЫЩЕННОГО ПОГЛОЩЕНИЯ И МАГНИТНОГО СКАНИРОВАНИЯ В АТОМАХ С Λ - И V -ТИПАМИ ПЕРЕХОДОВ

Э. Г. Сапрыкин^a, А. А. Черненко^{b*}

^a Институт автоматики и электрометрии
Сибирского отделения Российской академии наук
630090, Новосибирск, Россия

^b Институт физики полупроводников
Сибирского отделения Российской академии наук
630090, Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 12 марта 2024 г.,
после переработки 8 апреля 2024 г.
Принята к публикации 10 апреля 2024 г.

Аналитически и численно показано, что эффект магнитной когерентности (интерференции) уровней в Λ - и V -типах переходов, индуцируемый полем бегущей линейно поляризованной электромагнитной (ЭМ) волны произвольной интенсивности, может вносить значительный вклад как в населенности уровней переходов (более $\sim 50\%$ от полевого вклада), так и в спектры резонансов поглощения при частотном и магнитном сканировании. Выявлены различия в проявлении эффекта магнитной когерентности в населенностях уровней на открытых и закрытых типах переходов. Установлено, что в спектрах резонансов поглощения при магнитном сканировании вблизи нуля магнитного поля формируются узкие когерентные резонансы электромагнитно-индуцированной прозрачности (ЭИП). Исследованы зависимости параметров резонансов ЭИП от характеристик атомных переходов и интенсивности ЭМ-волны. Выявлен вклад эффекта магнитной когерентности уровней переходов в форму этих резонансов.

*Статья представлена в рамках публикации материалов конференции
«Физика ультрахолодных атомов» (ФУХА-2023), Новосибирск, декабрь 2023 г.*

DOI: 10.31857/S0044451024100031

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследования нелинейных спектроскопических эффектов при резонансном взаимодействии световых полей с вырожденными атомными системами ведутся уже длительное время. Интерес к ним обусловлен многообразием физических процессов, протекающих в данных системах, включая эффекты интерференции атомных состояний, приводящие к узким резонансным структурам в исследуемых спектрах (см. [1]). Отметим, что возникновение ко-

герентности атомных состояний при двухфотонных переходах впервые было обнаружено еще в опытах с некогерентными источниками излучения [2].

С созданием лазеров и развитием нелинейной лазерной спектроскопии область исследований нелинейных и когерентных явлений значительно расширилась. В настоящее время интерес к теме поддерживается благодаря развитию новых экспериментальных методик, включая и такие непростые, как исследования холодных атомов.

Впоследствии резонансы, обусловленные когерентностью атомных состояний при лазерном возбуждении, получили названия резонансов электромагнитно-индуцированной прозрачности (ЭИП) и электромагнитно-индуцированной абсорб-

* E-mail: chernen@isp.nsc.ru

ции (ЭИА). Возникнув в исследованиях нелинейных оптических явлений при взаимодействии лазерного излучения с газовыми средами, сфера приложения этих эффектов распространилась на многие другие системы, предполагающие практические приложения. Но и здесь необходимость получения точных аналитических решений и толкований обнаруженных явлений сохранили связь с нелинейной спектроскопией газовых сред, стимулировали работы в этой области, включая численное моделирование опытов как метод, позволяющий исследовать ситуации, не всегда достижимые на опыте. Многие из обнаруженных ранее явлений были «переоткрыты» и переименованы в работах по ЭИП и ЭИА. На это, как и на заблуждения при интерпретации ряда результатов тех времен, было обращено внимание во Введении к работе [3].

Ярким примером когерентных явлений на вырожденных переходах с основного состояния атомов являются резонансы ЭИП [4], в основе которых лежит явление когерентного пленения населенностей уровней (КПН) [5], а также резонансы противоположного знака — резонансы ЭИА, обнаруженные впервые в работе [6]. Причиной возникновения резонансов ЭИА, согласно работе [7], являлся эффект спонтанного переноса магнитной когерентности (МК)¹ уровней возбужденного состояния атома в основное, закономерности проявления которого в спектроскопии насыщенного поглощения впервые были рассмотрены в работе [8]. Однако регистрируемые позднее в опытах аномалии резонансов ЭИА в [9, 10] объяснялись в рамках других процессов, таких как оптическая накачка и КПН [9], столкновения [11], причем не всегда обоснованно, но дававших схожие с экспериментом структуры резонанса. Тем не менее в работе [12] в развитие концепции [7] утверждалось, что основным механизмом образования резонансов ЭИА на любых закрытых переходах является именно спонтанный перенос МК с уровней верхнего состояния на уровни нижнего состояния.

Однако дальнейшие исследования показали, что при формировании структур нелинейных резонансов, включая резонансы ЭИА, как на простых, так и на вырожденных переходах (с моментом уровней $J = 1/2, 1, 2$) оказываются более важными иные процессы, чем спонтанный перенос МК уровней верхнего состояния. Так, в [13] показано, что в системе двух уровней узкая структура резонанса в поле двух однонаправленных волн на открытом переходе про-

является в виде резонанса ЭИП, а на закрытом переходе — в виде резонанса ЭИА. Причиной возникновения данных структур являются когерентные биения населенностей уровней перехода в поле двух частот [14, 15]. В случае переходов с моментом уровней $J = 1/2, J = 1$, согласно [16–18], узкие структуры резонансов (резонансы ЭИП) формируются в Λ -схемах перехода, при этом основной вклад вносит МК уровней нижнего состояния, а вклад спонтанного переноса МК с уровней верхнего состояния на нижнее мал и проявляется в виде добавки. Причем на переходе с $J = 1$ механизм формирования резонанса ЭИП зависит от направления поляризаций полей: при параллельных поляризациях резонанс определяется когерентными биениями населенностей уровней, как в [13], а при ортогональных поляризациях — нелинейным интерференционным эффектом (НИЭФ) [14]. Результаты [16, 17] справедливы и для переходов типа $J \rightarrow J$ и $J \rightarrow J-1$ ($J > 1$), поскольку на этих переходах спектры нелинейных резонансов формируются также в открытых Λ -схемах.

Иная ситуация на переходах типа $J \rightarrow J + 1$ [17, 19], где из-за различия сил осцилляторов между магнитными подуровнями спектр нелинейного резонанса формируется в основном в V -схемах перехода, образованных подуровнями с максимальным магнитным числом M . Именно в V -схемах реализуются закрытые двухуровневые переходы, в которых вид узких структур резонанса радикальным образом зависит от степени открытости атомного перехода [13]. Эффект спонтанного переноса МК уровней на данном типе переходов не влияет на качественный вид узкой структуры резонанса. При этом действие интенсивного пробного поля может изменять тип узкого резонанса (из ЭИП в ЭИА) [17].

Отметим, что основные закономерности формирования нелинейных резонансов, включая эффекты МК уровней, получены при резонансном взаимодействии поля двух частот с вырожденными атомными переходами [16–18] и численном решении задачи, поскольку аналитические решения для переходов с моментом уровней $J > 1$ сложны и трудно анализируемы.

В связи с этим представляет интерес рассмотрение процессов формирования резонансов поглощения в поле одной волны линейной поляризации в простых Λ - и V -типах атомов с вырожденной по магнитному числу структурой уровней. В данных типах атомов при резонансном взаимодействии с полем электромагнитной (ЭМ) волны линейной поляризации значения населенностей уровней определяются вкладами некогерентного процесса насыще-

¹ В некоторых работах используют термины зеемановская когерентность или низкочастотная когерентность.

ния населенностей уровней и когерентной добавки, обусловленной магнитной когерентностью уровней, индуцируемой полем волны линейной поляризации. Специфика рассматриваемых переходов позволяет получить аналитические решения задачи в квадратурах, а численные решения позволяют выделить в чистом виде вклад каждого процесса как в населенности уровней переходов, так и в форму резонансов поглощения при частотном и магнитном сканировании. Кроме того, данные результаты позволят определить условия применимости приближений, используемых в методе пробного поля в атомах с более сложной структурой уровней.

2. ЭФФЕКТ НАСЫЩЕНИЯ НАСЕЛЕННОСТЕЙ УРОВНЕЙ Λ- И V-ТИПОВ ПЕРЕХОДОВ ПОЛЕМ ЭМ-ВОЛНЫ ЛИНЕЙНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ

Рассмотрим задачу о резонансном взаимодействии монохроматической линейно поляризованной бегущей ЭМ-волны произвольной интенсивности с атомами, имеющими Λ- или V-типы переходов. Такие переходы возникают между уровнями состояний атомов с полными моментами $J = 0$ и $J = 1$. Предполагается, что среда атомов помещена в магнитное поле с напряженностью \mathbf{H} , величина которого может меняться, а ЭМ-волна распространяется по направлению магнитного поля. Будем рассматривать задачу в системе координат с осью квантования z вдоль направления вектора \mathbf{H} . В этой системе координат в атомах в ЭМ-поле линейной поляризации разрешены переходы между уровнями с изменением магнитного квантового числа $\Delta M = \pm 1$ и индуцируются процессы, показанные на рис. 1. При этом уровни с магнитным числом $M = 0$ состояния с моментом $J = 1$ (не изображены на рис. 1) не взаимодействуют с ЭМ-полем и не влияют на формируемые полем процессы.

При решении задачи исходим из кинетических уравнений для матрицы плотности атома в модели релаксационных констант [14, 20]. В этом случае динамика диагональных $\rho_{ii} = \rho_i$ и недиагональных ρ_{ik} элементов матрицы плотности в поле монохроматической ЭМ-волны описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{d\rho_i}{dt} + \Gamma_i \rho_i = Q_i + \sum_k A_{ki} \rho_k - 2\text{Re} \left(i \sum_j V_{ij} \rho_{ji} \right), \quad (1)$$

$$\frac{d\rho_{ik}}{dt} + (\Gamma_{ik} + i\omega_{ik}) \rho_{ik} = -i[V, \rho]_{ik}. \quad (2)$$

В уравнениях (1), (2) оператор полной производной есть $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v\nabla$, Γ_i — ширины уровней, Γ_{ik} — полуширины линий переходов, Q_i — скорости возбуждения уровней в отсутствие ЭМ-поля, $V = -G \exp(i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) - \omega t) + \text{H.c.}$ — оператор взаимодействия атома с полем, $G = dE/2\hbar$, d — оператор обобщенного дипольного момента, E — вектор напряженности поля, ω — частота, \mathbf{k} — волновой вектор волны, v — вектор скорости атома. Слагаемое $\sum_k A_{ki} \rho_k$ в уравнениях (1) определяет спонтанный распад магнитных подуровней верхнего состояния m на подуровни нижнего состояния n (скорость данного процесса A_{mn}). Решение задачи проведем для неподвижных атомов. При решении задачи важной является величина $a_0 = A_{mn}/\Gamma_m$, называемая параметром ветвления излучения с верхнего состояния. На открытых переходах параметр $a_0 < 1$, а на закрытых переходах в отсутствие столкновений $a_0 = 1$. Величина $1 - a_0$ определяет долю частиц, уходящих при распаде верхнего m состояния на прочие лежащие ниже состояния. В закрытых переходах распад верхнего состояния идет внутри уровней перехода.

Решения для недиагональных элементов матрицы плотности в поле бегущей ЭМ-волны представимы в виде $\rho_{ik} = R_{ik} \exp(-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})) + \text{H.c.}$ [14, 20]. Тогда в стационарном случае из уравнений (1), (2) в Λ- и V-схемах (рис. 1) соответственно получаем систему алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} \Gamma_n \rho_k &= Q_k + A_{5k} \rho_5 + 2\text{Re}(iG_{k5} R_{5k}), \\ \Gamma_m \rho_5 &= Q_5 + 2\text{Re} \left(\sum_k iG_{5k} R_{k5} \right), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} (\Gamma_{mn} - i\Omega_{5k}) R_{5k} &= -iG_{5k}(\rho_5 - \rho_k) + iG_{5l} r_{lk}, \\ (\Gamma_n + i\omega_{kl}) r_{kl} &= i(G_{k5} R_{5l} - G_{5l} R_{k5}), \end{aligned}$$

$k = 1, 3, l = 3, 1$ в Λ-схеме и

$$\begin{aligned} \Gamma_n \rho_2 &= Q_2 + \sum_k A_{k2} \rho_k + 2\text{Re} \left(\sum_k iG_{2k} R_{k2} \right), \\ \Gamma_m \rho_k &= Q_k + 2\text{Re}(iG_{k2} R_{2k}), \\ (\Gamma_{mn} - i\Omega_{k2}) R_{k2} &= -iG_{k2}(\rho_k - \rho_2) - i r_{kl} G_{l2}, \\ (\Gamma_m + i\omega_{kl}) r_{kl} &= i(G_{k2} R_{2l} - G_{2l} R_{k2}), \end{aligned} \quad (4)$$

$k = 4, 6, l = 6, 4$ в V-схеме. В уравнениях (3), (4) ρ_i определяют населенности уровней переходов, R_{5k} и R_{k2} — коэффициенты поляризации атома на разрешенных переходах, $\Omega_{ik} = \omega - \omega_{ik}$ — отстройки частоты ЭМ-поля от частот ω_{ik} переходов между подуровнями верхнего m и нижнего n состояний (в отсутствие расщеплений уровней $\Omega_{ik} = \Omega_0 = \omega - \omega_{mn}$,

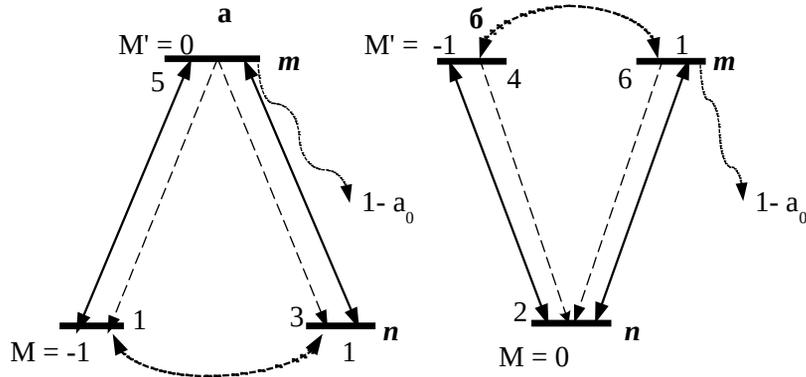


Рис. 1. Схема процессов, индуцируемых ЭМ-полем линейной поляризации в Λ -типах (а) и V-типах (б) атомов: сплошные линии — разрешенные переходы между магнитными подуровнями в ЭМ-поле; пунктирные линии — индуцированная полем когерентность магнитных подуровней; штриховые линии — спонтанный распад подуровней состояния m на подуровни состояния n и прочие лежащие ниже уровни, $1 - a_0$ — доля этого процесса

где ω_{mn} — частоты нерасщепленных переходов), r_{lk} — коэффициенты поляризации атома на запрещенных переходах, которые определяют индуцируемую ЭМ-полем когерентность (интерференцию) магнитных подуровней нижнего или верхнего состояний, ω_{kl} — частоты переходов между этими подуровнями.

Исключив из систем уравнений (3), (4) слагаемые, обусловленные коэффициентами поляризации R_{ik} и r_{lk} , получим системы уравнений для населенностей уровней в виде

$$\begin{aligned} \Gamma_n \rho_k &= Q_k + A_{5k} \rho_5 + (\rho_5 - \rho_k) \gamma_{5k} - (\rho_5 - \rho_l) \delta_{5l}, \\ \Gamma_m \rho_5 &= Q_5 - \sum_k [(\rho_5 - \rho_k) \gamma_{5k} - (\rho_5 - \rho_l) \delta_{5l}] \end{aligned} \quad (5)$$

в Λ -схеме, где

$$\begin{aligned} \gamma_{5k} &= 2|G_{5k}|^2 \text{Re} \frac{1}{\alpha_{5k}}, \\ \delta_{5l} &= 2|G_{5k}|^2 |G_{5l}|^2 \text{Re} \frac{1}{\alpha_{5k}(\Gamma_n + i\omega_{lk})\Gamma_{l5}}, \\ \alpha_{5k} &= \Gamma_{mn} - i\Omega_{5k} + \frac{|G_{5l}|^2}{\Gamma_n + i\omega_{lk}} \left(1 - \frac{|G_{5k}|^2}{(\Gamma_n + i\omega_{lk})\Gamma_{l5}} \right), \\ \Gamma_{5k} &= \Gamma_{mn} - i\Omega_{5k} + \frac{|G_{5l}|^2}{\Gamma_n + i\omega_{lk}}, \end{aligned} \quad (6)$$

и

$$\begin{aligned} \Gamma_n \rho_2 &= Q_2 + \sum_k [A_{k2} \rho_k + (\rho_k - \rho_2) \gamma_{k2} - (\rho_l - \rho_2) \delta_{l2}], \\ \Gamma_m \rho_k &= Q_k - [(\rho_k - \rho_2) \gamma_{k2} - (\rho_l - \rho_2) \delta_{l2}] \end{aligned} \quad (7)$$

в V-схеме, где

$$\begin{aligned} \gamma_{k2} &= 2|G_{k2}|^2 \text{Re} \frac{1}{\alpha_{k2}}, \\ \delta_{l2} &= 2|G_{k2}|^2 |G_{l2}|^2 \text{Re} \frac{1}{\alpha_{k2}(\Gamma_m + i\omega_{kl})\Gamma_{2l}}, \\ \alpha_{k2} &= \Gamma_{mn} - i\Omega_{k2} + \frac{|G_{l2}|^2}{\Gamma_m + i\omega_{kl}} \left(1 - \frac{|G_{k2}|^2}{(\Gamma_m + i\omega_{kl})\Gamma_{2l}} \right), \\ \Gamma_{k2} &= \Gamma_{mn} - i\Omega_{k2} + \frac{|G_{l2}|^2}{\Gamma_m + i\omega_{kl}}. \end{aligned} \quad (8)$$

Значения индексов в Λ - и V-схемах указаны выше.

Аналитические решения систем уравнений (5), (7) в общем виде сложны для анализа. Поэтому при их решениях используются или численные методы, или приближения, которые позволяют проводить аналитический анализ в ограниченной области значений параметров атомной системы и интенсивности ЭМ-поля.

2.1. Аналитические решения систем уравнений (5), (7) с учетом эффекта МК уровней

При решении уравнений (5), (7), как и в системе двух уровней [13, 14], полагаем населенности уровней в виде: $\rho_i = N_i + r_i$, где N_i — населенности уровней в отсутствие ЭМ-поля, а r_i — добавки в населенности, обусловленные действием этого поля. Тогда величины N_i и r_i будут определяться решениями следующих систем уравнений:

$$\begin{aligned} \Gamma_n N_k &= Q_k + A_{5k} N_5, \quad k = 1, 3, \\ \Gamma_m N_5 &= Q_5, \end{aligned} \quad (9)$$

$$(\Gamma_n + \gamma_{5i})r_i - \delta_{5k}r_k - (A_{5i} + \gamma_{5i} - \delta_{5k})r_5 = \gamma_{5i}\Delta N_{5i} - \delta_{5k}\Delta N_{5k}, \quad i = 1, 3, \quad k = 3, 1, \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_m + \sum_{i=1,3} (\gamma_{5i} - \delta_{5i})r_5 - \sum_{i=1,3} (\gamma_{5i} - \delta_{5i})r_i = \\ = - \sum_{i=1,3} (\gamma_{5i} - \delta_{5i})\Delta N_{5i} \end{aligned}$$

в Λ -схеме и

$$\begin{aligned} \Gamma_n N_2 = Q_2 + \sum_{4,6} A_{k2} N_k, \\ \Gamma_m N_k = Q_k, \quad k = 4, 6, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_n + \sum_{k=4,6} (\gamma_{k2} - \delta_{k2})r_2 - \sum_{k=4,6} (A_{k2} + \gamma_{k2} - \delta_{k2})r_k = \\ = \sum_{k=4,6} (\gamma_{k2} - \delta_{k2})\Delta N_{k2}, \quad (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\Gamma_m + \gamma_{i2})r_i - \delta_{k2}r_k - (\gamma_{i2} - \delta_{k2})r_2 = \\ = -(\gamma_{i2}\Delta N_{i2} - \delta_{k2}\Delta N_{k2}), \quad i = 4, 6, \quad k = 6, 4 \end{aligned}$$

в V-схеме. Здесь $\Delta N_{ik} = N_i - N_k$ — разности населенностей верхних и нижних уровней в отсутствие ЭМ-поля. Далее полагаем эти разности населенностей одинаковыми: $\Delta N_{ik} = \Delta N$. Аналитические решения систем (10), (12) в общем виде выражаются через отношения полиномов третьей степени, они приведены в Приложении А. Решения этих систем упрощаются в отсутствие расщепления уровней и при равенстве вероятностей распада уровней и параметров взаимодействия по каждому каналу: при $\Omega_{51} = \Omega_{53} = \Omega_0$, $|G_{51}|^2 = |G_{53}|^2 = |G_\Lambda|^2$, $A_{51} = A_{53} = A_{5k}$ в Λ -схеме и $\Omega_{42} = \Omega_{62} = \Omega_0$, $A_{42} = A_{62} = A_{k2}$, $|G_{42}|^2 = |G_{62}|^2 = |G_V|^2$ в V-схеме. В этом случае выражения для добавок к населенностям уровней и их разностей из Приложения А будут следующими:

$$\begin{aligned} r_5^0 = -\Delta N \frac{2\Gamma_n(\gamma_\Lambda - \delta_\Lambda)}{D_\Lambda^0}, \\ r_k^0 = \Delta N \frac{(\Gamma_m - 2A_{5k})(\gamma_\Lambda - \delta_\Lambda)}{D_\Lambda^0}, \\ D_\Lambda^0 = \Gamma_n \Gamma_m \left[1 + \frac{(\Gamma_m - 2A_{5k} + 2\Gamma_n)(\gamma_\Lambda - \delta_\Lambda)}{\Gamma_n \Gamma_m} \right], \\ \rho_5^0 - \rho_k^0 = \Delta N \left[1 - \frac{(\Gamma_m - 2A_{5k} + 2\Gamma_n)(\gamma_\Lambda - \delta_\Lambda)}{D_\Lambda^0} \right], \end{aligned} \quad (13)$$

$k = 1, 3$

в Λ -схеме и

$$\begin{aligned} r_2^0 = \Delta N \frac{2(\Gamma_m - A_{k2})(\gamma_V - \delta_V)}{D_V^0}, \\ r_k^0 = -\Delta N \frac{\Gamma_n(\gamma_V - \delta_V)}{D_V^0}, \\ D_V^0 = \Gamma_n \Gamma_m \left[1 + \frac{(2\Gamma_m - 2A_{k2} + \Gamma_n)(\gamma_V - \delta_V)}{\Gamma_n \Gamma_m} \right], \\ \rho_k^0 - \rho_2^0 = \Delta N \left[1 - \frac{(2\Gamma_m - 2A_{k2} + \Gamma_n)(\gamma_V - \delta_V)}{D_V^0} \right], \end{aligned} \quad (14)$$

$k = 4, 6$

в V-схеме. Здесь величины γ_Λ , δ_Λ и γ_V , δ_V определяются выражениями (7), (8), в которых значения расщеплений для нижних и верхних уровней нужно принять равными нулю.

Из выражений (13), (14) следует, что при радиационном распаде уровней на закрытых переходах (при $\Gamma_m = 2A_{5k} = A_{mn}$ в Λ -схеме или $\Gamma_m = A_{k2} = A_{mn}$ в V-схеме) добавки к населенностям нижних уровней, как и в закрытой двухуровневой системе [13, 17], равны нулю, а изменения населенностей при действии ЭМ-поля происходят только на верхних уровнях переходов.

2.2. Аналитические решения систем уравнений (5), (7) без учета эффекта МК уровней

В приближении без учета вклада МК уровней в их населенность (такое приближение используется при исследовании спектров нелинейных резонансов на вырожденных переходах атомов [3, 14, 20]) значения коэффициентов в уравнениях (10), (12) из (6), (8) следующие:

$$\begin{aligned} \alpha_{5k}^0 = \Gamma_{mn} - i\Omega_{5k}, \\ \gamma_{5k}^0 = 2|G_{5k}|^2 \text{Re} \frac{1}{\alpha_{5k}^0} = \frac{2|G_{5k}|^2 \Gamma_{mn}}{\Gamma_{mn}^2 + \Omega_{5k}^2}, \\ \delta_{5l}^0 = 0, \quad k, l = 1, 3 \end{aligned}$$

в Λ -схеме и

$$\begin{aligned} \alpha_{k2}^0 = \Gamma_{mn} - i\Omega_{k2}, \\ \gamma_{k2}^0 = 2|G_{k2}|^2 \text{Re} \frac{1}{\alpha_{k2}^0} = \frac{2|G_{k2}|^2 \Gamma_{mn}}{\Gamma_{mn}^2 + \Omega_{k2}^2}, \\ \delta_{k2}^0 = 0, \quad k = 4, 6 \end{aligned}$$

в V-схеме. Тогда в этом приближении системы уравнений (10), (12) приобретают вид

$$\begin{aligned} (\Gamma_n + \gamma_{5k}^0)r_k - (A_{5k} + \gamma_{5k}^0)r_5 &= \gamma_{5k}^0 \Delta N_{5k}, \\ (\Gamma_m + \sum_k \gamma_{5k}^0)r_5 - \sum_k \gamma_{5k}^0 r_k &= -\sum_k \gamma_{5k}^0 \Delta N_{5k}, \end{aligned} \quad (15)$$

$k = 1, 3$

в Λ -схеме и

$$\begin{aligned} (\Gamma_n + \sum_k \gamma_{k2}^0 \gamma_{k2}^0)r_2 - \sum_k (A_{k2} + \gamma_{k2}^0)r_k &= \\ = \sum_k \gamma_{k2}^0 \Delta N_{k2}, \end{aligned} \quad (16)$$

$$(\Gamma_m + \gamma_{k2}^0)r_k - \gamma_{k2}^0 r_2 = -\gamma_{k2}^0 \Delta N_{k2},$$

$k = 4, 6$

в V-схеме.

Аналитические решения систем (15), (16) выражаются через отношения полиномов третьей степени, они приведены в Приложении В. Решения уравнений (15), (16) также упрощаются в отсутствие расщепления уровней и при равенстве вероятностей спонтанного распада уровней и параметров взаимодействия по каждому каналу. В этом случае выражения для добавок и разностей населенностей уровней из Приложения В будут иметь вид

$$\begin{aligned} r_k^0 &= \frac{\Delta N (\Gamma_m - 2A_{5k})}{\Gamma_m} \frac{\kappa_\Lambda \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{s1}^2 + \Omega_0^2}, \\ r_5^0 &= -\frac{\Delta N \Gamma_n}{\Gamma_m} \frac{2\kappa_\Lambda \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{s1}^2 + \Omega_0^2}, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\rho_5^0 - \rho_k^0 = \Delta N \left[1 - \frac{\Gamma_m - 2A_{5k} + 2\Gamma_n}{\Gamma_m} \frac{\kappa_\Lambda \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{s1}^2 + \Omega_0^2} \right],$$

$k = 1, 3,$

где

$$\begin{aligned} \Gamma_s^2 &= \Gamma_{mn}^2 (1 + \kappa_\Lambda), \\ \Gamma_{s1}^2 &= \Gamma_{mn}^2 \left[1 + \kappa_\Lambda \left(1 + 2 \frac{\Gamma_n - A_{5k}}{\Gamma_m} \right) \right], \\ \kappa_\Lambda &= 2|G_{5k}|^2 / (\Gamma_{mn} \Gamma_n), \end{aligned}$$

в Λ -схеме и

$$\begin{aligned} r_2^0 &= \Delta N \frac{\beta \beta \kappa_V \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{s1}^2 + \Omega_0^2}, \\ r_k^0 &= -\Delta N \kappa_V \frac{\Gamma_{mn}^2}{\Gamma_s^2 + \Omega_0^2} \left[1 - \frac{\beta \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{s1}^2 + \Omega_0^2} \right], \end{aligned} \quad (18)$$

$$\rho_k^0 - \rho_2^0 = \Delta N \left\{ 1 - \frac{\kappa_V (1 + \beta) \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_s^2 + \Omega_0^2} \left[1 - \frac{\kappa_V \beta \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{s1}^2 + \Omega_0^2} \right] \right\},$$

$$k = 4, 6,$$

где

$$\begin{aligned} \Gamma_s^2 &= \Gamma_{mn}^2 (1 + \kappa_V), \\ \Gamma_{s1}^2 &= \Gamma_{mn}^2 [1 + \kappa_V (1 + \beta)], \\ \beta &= 2(\Gamma_m - A_{k2}) / \Gamma_n, \\ \kappa_V &= \frac{2|G_{k2}|^2}{\Gamma_m \Gamma_{mn}}, \end{aligned}$$

в V-схеме. Отсюда в отсутствие столкновений на закрытых переходах в Λ -схеме имеем

$$\begin{aligned} \Gamma_m &= 2A_{5k}, \quad r_k^0 = 0, \\ r_5^0 &= -\frac{\Delta N \Gamma_n}{\Gamma_m} \frac{2\kappa_\Lambda \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{mn}^2 (1 + 2\kappa_\Lambda \Gamma_n / \Gamma_m) + \Omega_0^2}, \\ \rho_5^0 - \rho_k^0 &= \Delta N \left[1 - \frac{2\Gamma_n}{\Gamma_m} \frac{\kappa_\Lambda \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{mn}^2 (1 + 2\kappa_\Lambda \Gamma_n / \Gamma_m) + \Omega_0^2} \right], \end{aligned}$$

$k = 1, 3;$

а в случае V-схемы —

$$\begin{aligned} \Gamma_m &= A_{k2}, \quad \beta = 0, \quad r_2^0 = 0, \\ r_k^0 &= -\Delta N \kappa_V \frac{\Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{mn}^2 (1 + \kappa_V) + \Omega_0^2}, \\ \rho_k^0 - \rho_2^0 &= \Delta N \left[1 - \frac{\kappa_V \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{mn}^2 (1 + \kappa_V) + \Omega_0^2} \right], \end{aligned}$$

$k = 4, 6.$

Таким образом, в данном приближении, как и при точном решении, действие ЭМ-поля в закрытых Λ - и V-переходах в отсутствие столкновений не меняет населенности нижних уровней, как и в работах [13, 17, 21], а добавки в населенности верхних уровней и разности их населенностей растут с ростом параметров насыщения $\kappa_{\Lambda, V}$ (интенсивности) поля по линейному закону при малых значениях параметров $\kappa_{\Lambda, V} \ll 1$ и достигают насыщенного значения при больших значениях $\kappa_{\Lambda, V} \gg 1$.

2.3. Результаты численных расчетов вклада эффекта МК в населенности уровней на Λ - и V-типах переходов

Исследования вкладов эффекта МК уровней, индуцируемого полем ЭМ-волны линейной поляризации, в эффект насыщения населенностей уровней в Λ - и V-типах переходов проводились на основе численных решений систем уравнений (10)–(14) и их приближенных аналитических решений (17), (18) при вариации параметров насыщения ЭМ-поля в диапазоне значений $\kappa_V = 0.01$ –5, соотношений

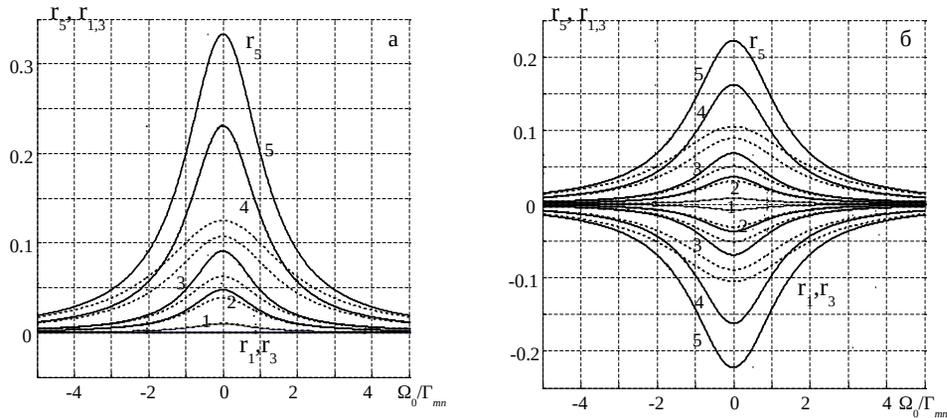


Рис. 2. Формы добавок в населенности уровней в Λ -схеме на закрытом (а) и открытом (б, $a_0 = 0.8$) переходах: $\Gamma_n/\Gamma_m = 0.1, \kappa_\Lambda = 0.01$ (1), 0.05 (2), 0.1 (3), 0.3 (4), 0.9 (5). Пунктирные линии — полное решение, сплошные — решение без вклада МК уровней

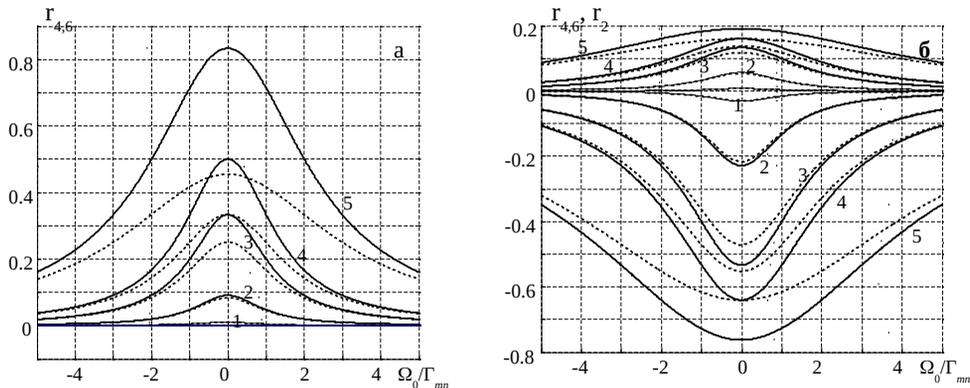


Рис. 3. Формы добавок в населенности уровней в V-схеме на закрытом (а) и открытом (б, $a_0 = 0.8$) переходах: $\Gamma_n/\Gamma_m = 0.1, \kappa_V = 0.01$ (1), 0.1 (2), 0.9 (3), 1 (4), 5 (5). Пунктирные линии — полное решение, сплошные — решение без вклада МК уровней

констант релаксации уровней $\Gamma_n/\Gamma_m = 0.01-0.1$ и величины расщепления уровней магнитным полем $\Delta_H/\Gamma_n = 0-50$ на закрытом и открытых ($a_0 = 0.8-0.9$) типах переходов. Ряд результатов этих расчетов представлен на рис. 2-5 при отношении констант релаксации $\Gamma_n/\Gamma_m = 0.1$. На рисунках пунктирными линиями показаны результаты численных решений уравнений (10)–(14) с учетом вклада эффекта МК уровней, а сплошными линиями — решения уравнений (17), (18) без вклада данного эффекта.

Анализ результатов как аналитических, так и численных расчетов показал качественную схожесть проявления эффекта насыщения населенностей уровней, включая и проявление эффекта МК уровней, при действии ЭМ-поля на рассматри-

ваемых переходах, а обнаруженные различия носят лишь количественный характер. Прежде всего отметим одинаковый характер изменений (добавок) населенностей уровней от степени открытости (значения параметра a_0) атомного перехода. На закрытых переходах в Λ - и V-схемах в отсутствие расщепления уровней действие ЭМ-поля не влияет на населенности нижних уровней (рис. 2 а, 4 а), а населенности верхних уровней растут с ростом интенсивности параметров $\kappa_{\Lambda, V}$ ЭМ-поля (кривые 1-5). Из вида зависимостей следует, что вклад МК уровней уменьшает величину населенностей верхних уровней (пунктирные линии лежат ниже сплошных). Причем в Λ -схеме эффект МК проявляется в населенности верхнего уровня при значениях параметра насыщения $\kappa_\Lambda \geq 0.01$, а в V-схеме — при

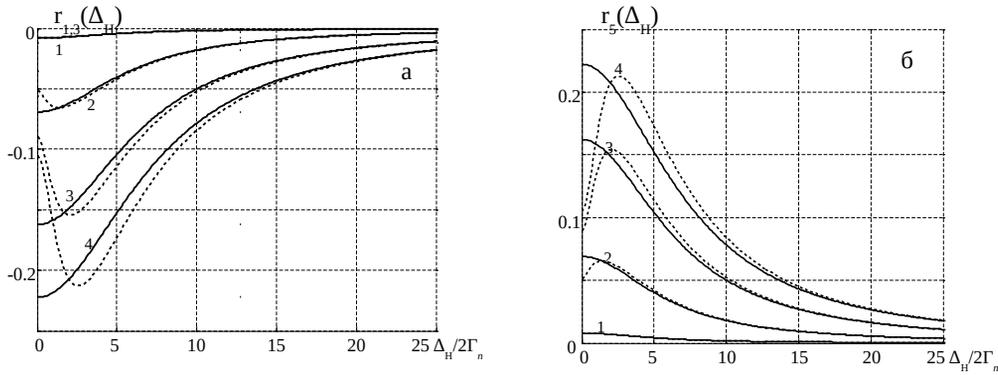


Рис. 4. Зависимости добавок в населенности нижних (а) и верхнего (б) уровней в Λ -схеме от величины расщепления уровней Δ_H при $\Omega_0 = 0$, $a_0 = 0.8$, $\Gamma_n/\Gamma_m = 0.1$, $\kappa_\Lambda = 0.01$ (1), 0.1 (2), 0.3 (3), 0.9 (4). Пунктирные линии — полное решение, сплошные — решение без вклада МК уровней

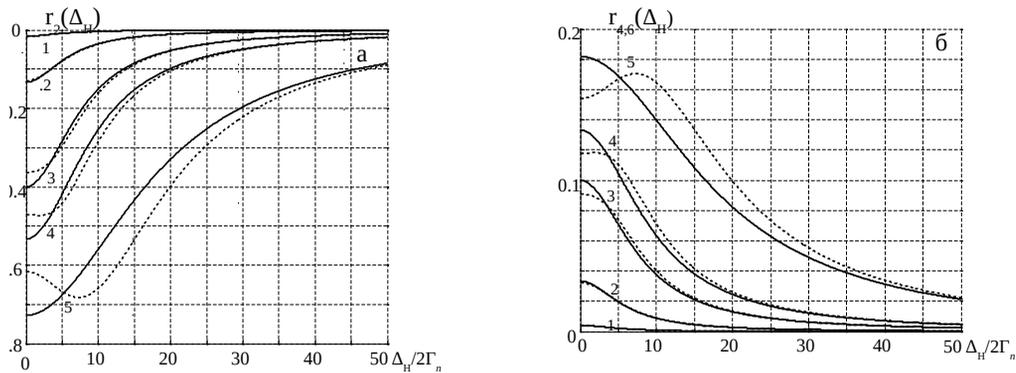


Рис. 5. Зависимости добавок в населенности нижнего (а) и верхних (б) уровней в V-схеме от величины расщепления уровней Δ_H при $\Omega_0 = 0$, $a_0 = 0.8$, $\Gamma_n/\Gamma_m = 0.1$, $\kappa_V = 0.01$ (1), 0.1 (2), 0.9 (3), 1.0 (4), 5 (5). Пунктирные линии — полное решение, сплошные — решение без вклада МК уровней

значениях $\kappa_V \geq 0.1$. Величины вкладов МК растут с ростом значений параметров насыщения и их доля в формируемой полем населенности уровней может быть определяющей. Так, в Λ -схеме при значениях параметра $\kappa_\Lambda = 0.3-0.9$ (рис. 2 а, кривые 4, 5) добавки в населенность верхнего уровня в центре линии за счет эффекта МК составляют более 50% от насыщенной полем населенности уровней без учета эффекта МК. В случае V-схемы (рис. 3 а, кривые 4, 5) максимум вклада добавки реализуется при параметрах $\kappa_V = 1-5$ и достигает $\sim (30-50)\%$ от величины населенностей уровней без вклада эффекта МК. При этом вклад эффекта МК уменьшает абсолютные значения населенностей верхних уровней.

Как отмечено выше, отсутствие влияния ЭМ-поля на населенности нижних уровней в закрытых Λ - и V-типах переходов обнаружено также в рабо-

тах [13,17,21] и является общим свойством закрытых переходов.

В случае *открытых* Λ - и V-типов переходов действие ЭМ-поля влияет на населенности всех уровней переходов: с ростом интенсивности поля (параметров $\kappa_{\Lambda,V}$) населенности верхних уровней растут, а населенности нижних уровней уменьшаются (рис. 2 б, 3 б). При этом вклады МК уровней, согласно приведенным данным, уменьшают величины добавок в населенности как нижних, так и верхних уровней, увеличивая тем самым населенности нижних и уменьшая эти значения на верхних уровнях обоих типов переходов. Причем на открытых переходах эффект МК проявляется в населенностях уровней при больших интенсивностях (значениях параметров $\kappa_{\Lambda,V}$ ЭМ-поля), чем в случае закрытых переходов. При этом при одинаковых значениях параметров $\kappa_{\Lambda,V}$ величины вкладов МК в населенности уровней оказываются меньше, чем на закрытых

переходах. Так, на переходах с параметром ветвления $a_0 = 0.8$ в Λ -схеме эффект МК проявляется в населенностях уровней при значениях $\kappa_\Lambda \geq 0.05$, а в V -схеме — при $\kappa_V > 0.1$. При этом в Λ -схеме максимум вклада МК в населенности всех уровней составляет $\sim 50\%$ (рис. 2 б, кривые 4, 5, $\kappa_\Lambda = 0.3-0.9$), а в V -схеме (рис. 3 б, кривые 5, $\kappa_V = 5$) эта величина $\leq 18\%$ (для нижнего уровня) и менее 15% (для верхних уровней) от значений населенностей уровней без учета эффекта МК. Отметим, что вклад МК уменьшает разности населенностей уровней переходов и увеличивает тем самым коэффициент поглощения ЭМ-волны.

Влияние расщепления уровней (магнитным полем) на величину добавок в населенности уровней в Λ - и V -схемах при действии ЭМ-поля линейной поляризации показано на рис. 4 и 5 для центра линии (при $\Omega_0 = 0$) открытого перехода ($a_0 = 0.8$) при разных значениях параметров $\kappa_{\Lambda, V}$ ЭМ-поля. На закрытых переходах поведение добавок в населенности верхних уровней в зависимости от величины расщепления уровней практически совпадает с поведением добавок для верхних уровней открытых переходов с $a_0 = 0.8$.

Из рис. 4 и 5 следует, что зависимости добавок в населенности уровней, в том числе и за счет эффекта МК, от величины расщепления уровней в Λ - и V -схемах имеют схожий вид, отличия лишь количественные в величине добавок, диапазонах расщеплений уровней и интенсивностей (параметров насыщения) ЭМ-поля, при которых проявляется эффект МК. Так, в Λ -схеме влияние МК на населенности расщепленных уровней обнаруживается при значениях параметра $\kappa_\Lambda > 0.01$ (рис. 4, кривые 2-4), а в V -схеме — при значениях $\kappa_V \geq 0.9$ (рис. 5, кривые 2-4). При малых расщеплениях уровней $\Delta_H < (2-5)\Gamma_n$ в Λ -схеме и $\Delta_H < (7-10)\Gamma_n$ в V -схеме вклад эффекта МК приводит к уменьшению добавок в населенности всех уровней рассматриваемых переходов. При расщеплениях уровней $\Delta_H > (2-5)\Gamma_n$ в Λ -схеме и $\Delta_H > (7-10)\Gamma_n$ в V -схеме добавки эффекта МК меняют знак, что приводит к небольшому росту населенностей верхних уровней (пунктирные линии выше сплошных) и к уменьшению населенностей нижних уровней (здесь пунктирные линии ниже). Критические значения расщеплений, при которых добавки меняют знак, зависят от значений параметров насыщения и меняются (растут) в указанных диапазонах с ростом значений параметров κ_Λ и κ_V .

В случае Λ -схемы величина вклада МК максимальна при малых расщеплениях уровней $\Delta_H \sim 0$ (рис. 4, кривые 4) и составляет более 50% (как и

на рис. 2 б) относительно населенности уровней без учета вклада эффекта, а при расщеплениях уровней $\Delta_H \sim (7-10)\Gamma_n$ максимум вклада МК меньше и составляет $\sim 20\%$ от указанной выше величины.

В случае V -схемы (рис. 5) при малых расщеплениях уровней добавки МК в населенности уровней значительно меньше, чем в Λ -схеме, и при параметре $\kappa_V = 5$ (кривые 5) составляют $\leq 18\%$ для нижнего уровня и менее 15% для верхних уровней, а при больших расщеплениях $\Delta_H \approx (2-3)\Gamma_m$ максимумы вкладов МК достигают значений $\sim (15-20)\%$ относительно добавок без учета эффекта МК. При этом подчеркнем, что на всех типах переходов вклады МК в области малых расщеплений уровней приводят к уменьшению населенностей верхних уровней и к росту населенностей нижних уровней, а в области больших расщеплений — к росту населенностей верхних уровней и уменьшению населенностей нижних уровней.

3. ЭФФЕКТ МК УРОВНЕЙ В СПЕКТРАХ ПОГЛОЩЕНИЯ ЭМ-ВОЛНЫ ЛИНЕЙНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ В Λ - И V -ТИПАХ ПЕРЕХОДОВ ПРИ ЧАСТОТНОМ И МАГНИТНОМ СКАНИРОВАНИИ

3.1. Формы линии поглощения ЭМ-волны линейной поляризации в Λ - и V -типах переходов при частотном и магнитном сканировании

Формы линий поглощения ЭМ-волны линейной поляризации при частотном или магнитном сканировании определяются через работу ЭМ-поля следующим выражением [14]:

$$\frac{\alpha_s(\Omega)}{\alpha_0} = -\Gamma_{mn} \left\langle \operatorname{Re} \left(i \sum_{i,k} R_{ik} G_{ki} / |G|^2 \right) \right\rangle, \quad (19)$$

где $\alpha_0 = 4\pi\omega_{mn}d^2/c\hbar\Gamma_{mn}$ — сечение резонансного поглощения, а величины R_{ik} определяются решениями систем уравнений (3)–(7) в соответствующих приближениях. При точном решении этих уравнений (с учетом вклада МК в населенности уровней) аналитические выражения для форм линий поглощения (19), как и выражения для населенностей уровней (Приложение А), сложны и трудно анализируемы. В этом случае формы линий определялись на основе выражения (19) и численных решений систем уравнений (3)–(7) при вариации параметров атомных переходов и интенсивности (параметров насыщения) ЭМ-поля.

В приближении без учета вклада МК в населенности уровней аналитические выражения для форм линий поглощения в Λ - и V -типах переходов представимы в виде

$$\frac{\alpha_{s\Lambda}^1(\Omega)}{\alpha_0} = -\Gamma_m \operatorname{Re} \sum_{k,l} \left(\frac{1}{\Gamma_{mn} - i\Omega_{5k} + \frac{|G_{5l}|^2}{\Gamma_n + i\omega_{lk}}} [(\rho_5^0 - \rho_k^0) - \frac{(\rho_5^0 - \rho_l^0)|G_{5l}|^2}{(\Gamma_n + i\omega_{lk})(\Gamma_{mn} + i\Omega_{5l})}] \right), \quad (20)$$

$$\frac{\alpha_{sV}^1(\Omega)}{\alpha_0} = -\Gamma_m \operatorname{Re} \sum_{k,l} \left(\frac{1}{\Gamma_{mn} - i\Omega_{k2} + \frac{|G_{l2}|^2}{\Gamma_m + i\omega_{kl}}} [(\rho_k^0 - \rho_2^0) - \frac{(\rho_l^0 - \rho_2^0)|G_{l2}|^2}{(\Gamma_m + i\omega_{kl})(\Gamma_{mn} + i\Omega_{l2})}] \right), \quad (21)$$

где разности населенностей уровней определяются выражениями (B.1), (B.2) Приложения В. Выражения (20), (21), как и выражения для разностей населенностей, принимают простой вид при равенстве параметров взаимодействия и вероятностей спонтанного распада по каждому каналу перехода: при $|G_{51}|^2 = |G_{53}|^2 = |G_{\Lambda}|^2$, $A_{51} = A_{53}$ (в Λ -схеме) и $|G_{42}|^2 = |G_{62}|^2 = |G_V|^2$, $A_{42} = A_{62}$ (в V-схеме). Далее будем рассматривать переходы с такими параметрами.

При частотном сканировании в отсутствие расщепления уровней ($\omega_{kl} = 0$) отстройки частот $\Omega_{ik} = \Omega_0$, и формы линий поглощения из (20), (21) будут следующими:

$$\frac{\alpha_{s\Lambda}^1(\Omega_0)}{\alpha_0} = -2\Gamma_m \Delta N \left[1 - \frac{\Gamma_m - 2A_{51} + 2\Gamma_n}{\Gamma_m} \frac{\kappa_{\Lambda} \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{s1}^2 + \Omega_0^2} \right] \times \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{\Gamma_{mn}(1 + 0.5\kappa_{\Lambda}) - i\Omega_0} \left[1 - \frac{0.5\kappa_{\Lambda} \Gamma_{mn}}{\Gamma_{mn} + i\Omega_0} \right] \right\}, \quad (22)$$

где

$$\Gamma_{s1}^2 = \Gamma_{mn}^2 \left[1 + \kappa_{\Lambda} \left(1 + 2 \frac{\Gamma_n - A_{51}}{\Gamma_m} \right) \right], \quad \kappa_{\Lambda} = \frac{2|G_{5k}|^2}{\Gamma_n \Gamma_{mn}},$$

в Λ -схеме и

$$\frac{\alpha_{sV}^1(\Omega_0)}{\alpha_0} = -2\Gamma_m \Delta N \left[1 - \frac{\kappa_V (1 + \beta) \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_s^2 + \Omega_0^2} \left(1 - \frac{\kappa_V \beta \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{s1}^2 + \Omega_0^2} \right) \right] \times \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{\Gamma_{mn}(1 + 0.5\kappa_V) - i\Omega_0} \left[1 - \frac{0.5\kappa_V \Gamma_{mn}}{\Gamma_{mn} + i\Omega_0} \right] \right\}, \quad (23)$$

где

$$\Gamma_s^2 = \Gamma_{mn}^2 (1 + \kappa_V), \quad \Gamma_{s1}^2 = \Gamma_{mn}^2 [1 + \kappa_V (1 + \beta)], \quad \beta = 2 \frac{\Gamma_m - A_{k2}}{\Gamma_n}, \quad \kappa_V = \frac{2|G_{k2}|^2}{\Gamma_m \Gamma_{mn}},$$

в V-схеме.

Отсюда на закрытых переходах формы линий поглощения представимы как

$$\frac{\alpha_{s\Lambda}^1(\Omega_0)}{\alpha_0} \approx -2\Gamma_m \Delta N \frac{\Gamma_{mn}(1 + 0.5\kappa_{\Lambda})}{\Gamma_{mn}^2 (1 + 0.5\kappa_{\Lambda})^2 + \Omega_0^2} \times \left[1 - \frac{0.5\kappa_{\Lambda} \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{mn}^2 + \Omega_0^2} \right] \times \left[1 - \frac{2\Gamma_n}{\Gamma_m} \frac{\kappa_{\Lambda} \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{mn}^2 (1 + 2\kappa_{\Lambda} \Gamma_n / \Gamma_m) + \Omega_0^2} \right] \quad (24)$$

в Λ -схеме и

$$\frac{\alpha_{sV}^1(\Omega_0)}{\alpha_0} \approx -2\Gamma_m \Delta N \frac{\Gamma_{mn}(1 + 0.5\kappa_V)}{\Gamma_{mn}^2 (1 + 0.5\kappa_V)^2 + \Omega_0^2} \times \left[1 - \frac{0.5\kappa_V \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{mn}^2 + \Omega_0^2} \right] \left[1 - \frac{\kappa_V \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{mn}^2 (1 + \kappa_V) + \Omega_0^2} \right] \quad (25)$$

в V-схеме.

При магнитном сканировании в центре линии нерасщепленного перехода (при $\Omega_0 = 0$) отстройки частот Ω_{ik} в выражениях (20), (21) определяются расщеплением ω_{kl} нижних или верхних уровней как $\Omega_{ik} = \pm \Delta_H / 2$ ($\Delta_H = |\omega_{kl}|$). В этом случае формы линий поглощения представимы в виде

$$\frac{\alpha_{s\Lambda}^1(\Delta_H)}{\alpha_0} = -\Delta N \frac{2\Gamma_m \Gamma_{mn}}{\Gamma_{mn}^2 + \Delta_H^2 / 4} \left[1 - \frac{\kappa_{\Lambda} \Gamma_n^2 \Gamma_{mn}^2}{(\Gamma_n^2 + \Delta_H^2)(\Gamma_{mn}^2 + \Delta_H^2 / 4)} \right] \times \left[1 - \frac{\Gamma_m - 2A_{51} + 2\Gamma_n}{\Gamma_m} \frac{\kappa_{\Lambda} \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{s1}^2 + \Delta_H^2 / 4} \right], \quad (26)$$

где

$$\Gamma_{s1}^2 = \Gamma_{mn}^2 \left[1 + \kappa_{\Lambda} \left(1 + 2 \frac{\Gamma_n - A_{51}}{\Gamma_m} \right) \right],$$

в Λ -схеме и

$$\frac{\alpha_{sV}^1(\Delta_H)}{\alpha_0} = -\Delta N \frac{2\Gamma_m \Gamma_{mn}}{\Gamma_{mn}^2 + \Delta_H^2 / 4} \left[1 - \frac{\kappa_V \Gamma_m^2 \Gamma_{mn}^2}{(\Gamma_m^2 + \Delta_H^2)(\Gamma_{mn}^2 + \Delta_H^2 / 4)} \right] \times \left[1 - \frac{(1 + \beta) \kappa_V \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_s^2 + \Delta_H^2 / 4} \left(1 - \frac{\beta \kappa_V \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{s1}^2 + \Delta_H^2 / 4} \right) \right], \quad (27)$$

где

$$\begin{aligned} \Gamma_s^2 &= \Gamma_{mn}^2(1 + \kappa_V), \\ \Gamma_{s1}^2 &= \Gamma_{mn}^2[1 + \kappa_V(1 + \beta)], \\ \beta &= 2 \frac{\Gamma_m - Ak_2}{\Gamma_n}, \end{aligned}$$

в V-схеме.

Отсюда закрытых переходах формы линий поглощения при магнитном сканировании в Λ - и V-схемах определяются соответственно как

$$\frac{\alpha_{s\Lambda 0}^1(\Delta_H)}{\alpha_0} = -\Delta N \frac{2\Gamma_m \Gamma_{mn}}{\Gamma_{s\Lambda}^2 + \Delta_H^2/4} \left[1 - \frac{\kappa_\Lambda \Gamma_n^2 \Gamma_{mn}^2}{(\Gamma_n^2 + \Delta_H^2)(\Gamma_{mn}^2 + \Delta_H^2/4)} \right], \quad (28)$$

$$\Gamma_{s\Lambda}^2 = \Gamma_{mn}^2 \left(1 + 2\kappa_\Lambda \frac{\Gamma_n}{\Gamma_m} \right),$$

$$\frac{\alpha_{sV 0}^1(\Delta_H)}{\alpha_0} = -\Delta N \frac{2\Gamma_m \Gamma_{mn}}{\Gamma_{sV}^2 + \Delta_H^2/4} \left[1 - \frac{\kappa_V \Gamma_m^2 \Gamma_{mn}^2}{(\Gamma_m^2 + \Delta_H^2)(\Gamma_{mn}^2 + \Delta_H^2/4)} \right], \quad (29)$$

$$\Gamma_{sV}^2 = \Gamma_{mn}^2(1 + \kappa_V).$$

Из выражений (28), (29) следует, что формы линий поглощения при магнитном сканировании в Λ - и V-типах переходов в приближении без учета эффекта МК проявляются в виде пиков лоренцевой формы, ширины и амплитуды которых зависят от интенсивности (параметров насыщения) ЭМ-поля. При параметрах насыщения $\kappa_{\Lambda,V} \ll 1$ с ростом их значений ширины пиков растут по коренному закону, а амплитуды пиков уменьшаются по линейному. При этом вблизи центра пиков формируются провалы: в Λ -схеме — с полушириной нижнего уровня Γ_n , а в V-схеме — с полушириной верхнего уровня Γ_m . Поэтому при соотношении $\Gamma_n \ll \Gamma_m$ ширина провала в Λ -схеме значительно меньше, а его контраст значительно больше, и проявляется он при меньших параметрах насыщения (интенсивностях) ЭМ-поля, чем в V-схеме.

Отметим, что физической причиной образования провалов с полушириной нижнего или верхнего уровня в форме линии магнитного сканирования является поляризация, индуцируемая полем линейной поляризации на запрещенных переходах между уровнями нижнего или верхнего состояния рассматриваемого атома, и эти провалы носят когерентный характер.

3.2. Результаты численных исследований вклада эффекта МК уровней в форму линии поглощения волны линейной поляризации при частотном и магнитном сканировании на Λ - и V-типах переходов

Исследования вкладов МК уровней, индуцируемой ЭМ-полем линейной поляризации в Λ - и V-типах переходов, в спектры поглощения этой волны при частотном и магнитном сканировании проводились, как сказано выше, на основе выражения (19) и численных решений уравнений (3)–(7), или их приближенных решений (22)–(29) при вариации параметров насыщения ЭМ-поля в диапазоне значений $\kappa_{\Lambda,V} = 0.01-5$, отношений констант релаксации $\Gamma_n/\Gamma_m = 0.1-0.01$ и величины расщепления уровней $\Delta_H/\Gamma_n = 0-50$ на закрытом и открытых ($a_0 = 0.8-0.9$) типах переходов. Анализ результатов исследований показал, что характер вкладов МК уровней в формы линий поглощения как при частотном, так и при магнитном сканировании в Λ - и V-схемах качественно одинаков на открытых и закрытых переходах, имеются лишь небольшие количественные отличия. Поэтому далее на рисунках приведены результаты для *закрытых* переходов при соотношении констант $\Gamma_n/\Gamma_m = 0.1$. Пунктирные линии на рисунках отвечают численным решениям с учетом эффекта МК уровней, а сплошные линии — решениям без вклада данного эффекта.

Формы линий поглощения при частотном сканировании показаны на рис. 6. При малых интенсивностях ЭМ-поля (параметрах $\kappa_{\Lambda,V} < 0.01$) линии поглощения проявляются вблизи частоты атомного перехода в виде пика лоренцевой формы с полушириной перехода Γ_{mn} (кривые 1). С ростом интенсивности ЭМ-поля (при значениях $\kappa_{\Lambda,V} > 0.01$) происходит уменьшение коэффициентов поглощения (кривые 2, 3) вследствие уменьшения разности населенностей уровней (эффект насыщения населенностей) и увеличение спектральной ширины линии. Причем при значениях параметров насыщения $\kappa_\Lambda \leq 0.05$ в Λ -схеме и $\kappa_V \leq 0.1$ в V-схеме формы линий описываются выражениями (24) и (25) соответственно, полученными без учета эффекта МК уровней. В этом случае амплитуды резонансов поглощения уменьшаются по линейному закону $\sim \beta \kappa_{\Lambda,V}$, где $\beta \approx 1$ (в Λ -схеме) и $\beta \approx 2$ (в V-схеме), а ширины резонансов подчиняются корневой ($\sim \sqrt{1 + \kappa_{\Lambda,V}}$) зависимости, как в системе двух уровней [14]. При значениях параметров насыщения $\kappa_\Lambda > 0.05$ (в Λ -схеме) и $\kappa_V > 0.1$ (в V-схеме) наблюдаются различия в поведении форм линий поглощения разных приближе-

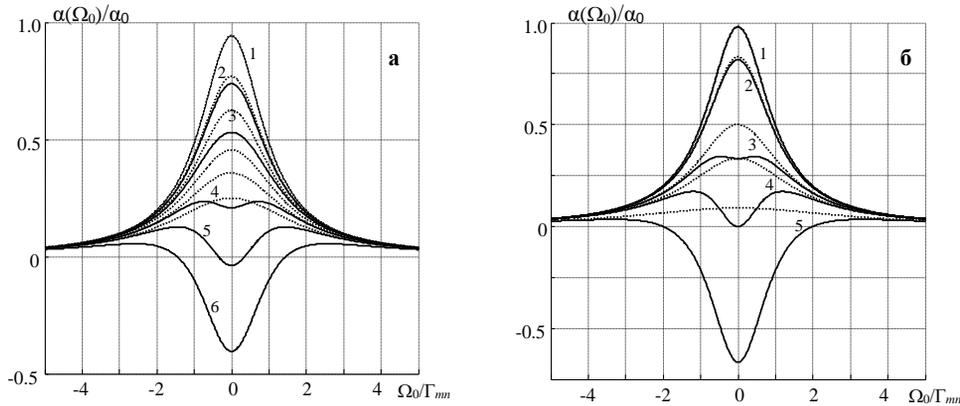


Рис. 6. Формы линий поглощения при частотном сканировании в Λ -схеме (а) и V-схеме (б) при $a_0 = 1, \Gamma_n/\Gamma_m = 0.1$. а — $\kappa_\Lambda = 0.01$ (1), 0.05 (2), 0.1 (3), 0.2 (4), 0.3 (5), 0.9 (6); б — $\kappa_V = 0.01$ (1), 0.1 (2), 0.9 (3), 1 (4), 5 (5). Пунктирные линии — полное решение, сплошные — без вклада МК уровней

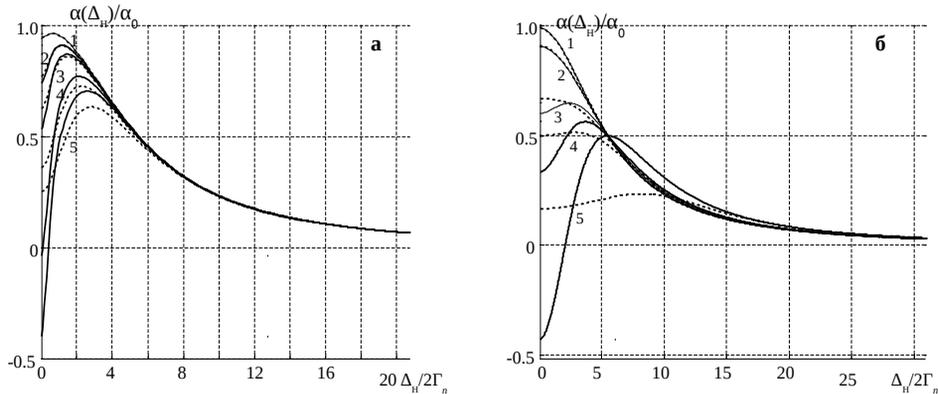


Рис. 7. Формы линий поглощения при магнитном сканировании в Λ -схеме (а) и V-схеме (б) при $a_0 = 1, \Gamma_n/\Gamma_m = 0.1, \Gamma_{mn} = 5.5\Gamma_n$. а — $\kappa_\Lambda = 0.01$ (1), 0.05 (2), 0.1 (3), 0.3 (4), 0.9 (5); б — $\kappa_V = 0.01$ (1), 0.1 (2), 0.9 (3), 1 (4), 5 (5). Пунктирные линии — полное решение, сплошные — без вклада МК уровней

ний, что обусловлено проявлением МК уровней. Как показано в разд. 2, вклад МК уровней приводит к увеличению разности их населенностей, что проявляется в увеличении поглощения на переходах (на графиках пунктирные линии лежат выше сплошных), а также к небольшому сужению линий поглощения. При этом относительные изменения величины поглощения в центре линии за счет МК уровней, согласно рис. 6, могут составлять $\sim (75\text{--}100)\%$ (кривые 3, 4). В Λ -схеме это реализуется при значениях параметров насыщения $\kappa_\Lambda \geq 0.3$, а в V-схеме — при значениях $\kappa_V \geq 1$.

Анализ форм линий поглощения с учетом вклада МК уровней (рис. 6, пунктирные линии) показал, что при значениях параметров $\kappa_{\Lambda,V} > 0.05$ полуши-

рины резонансов в Λ -схеме подчиняются линейному закону $\Gamma \approx \Gamma_{mn}(1 + 2\kappa_\Lambda)$, а в V-схеме — корневому $\Gamma \approx \Gamma_{mn}\sqrt{1 + \kappa_V}$. При этом амплитуды резонансов уменьшаются нелинейным образом.

Отметим, что в приближении без учета вклада МК уровней в центре линий поглощения при параметрах насыщения $\kappa_\Lambda > 0.1$ (в Λ -схеме) и $\kappa_V > 0.9$ (в V-схеме) формируются провалы (рис. 6, сплошные линии 3, 4), амплитуды которых с ростом параметров $\kappa_{\Lambda,V}$ принимают отрицательные значения (кривые 5). Это означает неприменимость данного приближения в указанной области параметров насыщений (интенсивностей) ЭМ-поля. В решениях задачи с учетом вкладов МК в населенности уровней расщеплений в форме линий поглощения, а также об-

ластей с отрицательным поглощением не возникает (пунктирные линии 3–5).

Формы линий поглощения при магнитном сканировании показаны на рис. 7. При малых интенсивностях ЭМ-поля (параметрах насыщения $\kappa_\Lambda < 0.01$ в Λ -схеме и $\kappa_V \leq 0.1$ в V -схеме) линии поглощения проявляются вблизи нуля магнитного поля в виде пика лоренцевой формы с полушириной перехода Γ_{mn} (кривые 1). С ростом интенсивности (параметров $\kappa_{\Lambda,V}$) амплитуды пиков уменьшаются, а при параметрах насыщения $\kappa_\Lambda > 0.01$ (в Λ -схеме) и $\kappa_V > 0.1$ (в V -схеме) в форме линий вблизи нуля магнитного поля формируются провалы, амплитуды и ширины которых зависят от констант релаксации уровней, типа атомного перехода и интенсивности ЭМ-поля. При этом общим является то, что вклад эффекта МК уровней в формы линий магнитного сканирования на любых переходах (пунктирные кривые 2–5) приводит к уменьшению амплитуд и увеличению ширин структур линий поглощения (в виде пиков и провалов), уменьшая при этом контраст этих структур).

В случае Λ -схемы переходов (рис. 7а) наблюдается сильная зависимость параметров провалов от соотношения констант релаксации уровней. Так, при соотношении констант релаксации $\Gamma_n/\Gamma_m \ll 1$ в форме линии имеем узкий провал на фоне широкого пика, и при параметрах $\kappa_\Lambda \leq 0.1$ (кривые 1–3) форма резонанса хорошо описывается выражением (28) без учета вклада эффекта МК. При расщеплении нижних уровней $\Gamma_{mn} \gg \Delta_H \sim \Gamma_n$ форма узкого провала (вблизи центра линии) определяется как

$$\frac{\alpha_{s\Lambda 0}^1(\Delta_H)}{\alpha_0} = -\Delta N \frac{2\Gamma_m}{\Gamma_{mn}} \left[1 - \frac{\kappa_\Lambda \Gamma_n^2}{\Gamma_n^2 + \Delta_H^2} \right], \quad (30)$$

т.е. имеем провал с полушириной, определяемой константой релаксации нижнего уровня Γ_n , амплитуда которого растет, а контраст уменьшается по линейному закону с ростом значения κ_Λ . При расщеплении уровней $\Gamma_n \ll \Delta_H \sim \Gamma_{mn}$ форма резонанса будет определяться крылом пикового лоренциана (28) в виде

$$\frac{\alpha_{s\Lambda 0}^1(\Delta_H)}{\alpha_0} = -\Delta N \frac{2\Gamma_m \Gamma_{mn}}{\Gamma_{s\Lambda}^2 + \Delta_H^2/4} \times \left[1 - \frac{\kappa_\Lambda \Gamma_n^2 \Gamma_{mn}^2}{\Delta_H^2 (\Gamma_{mn}^2 + \Delta_H^2/4)} \right]. \quad (31)$$

В этом случае с ростом параметра κ_Λ ширина пиковой части резонанса растет по корневому закону, а амплитуда уменьшается по линейному закону. Максимальное значение пика зависит от значения па-

раметра κ_Λ и находится из соотношения (28) решением кубического уравнения. При параметрах насыщения $\kappa_\Lambda > 0.1$ вклад МК уровней в форму резонанса становится существенным, что проявляется в отличии численного решения (пунктирные кривые 4, 5) от аналитического решения (28) (сплошные кривые). При этом значительная разница наблюдается в амплитуде узкого провала, значениях его ширины и контраста. Так, при изменении значений κ_Λ в интервале 0.1–0.3 происходит уменьшение амплитуды и контраста провала примерно в 2 раза, а его ширина возрастает более, чем в 2 раза (кривая 4). При этом изменения в крыле резонанса за счет вклада МК уровней проявляются в виде небольшого уменьшения амплитуды пика и сдвига его максимума в сторону больших значений расщеплений уровней.

В случае V -схемы перехода (рис. 7б) в форме линии магнитного сканирования вблизи её центра при параметрах насыщения $\kappa_V > 0.1$ также формируется провал, ширина которого значительно больше, а амплитуда и контраст значительно меньше, чем у аналогичного провала в Λ -схеме. Влияние эффекта МК уровней на форму провала обнаруживается при значениях параметра $\kappa_V > 0.1$ (кривые 3–5). Причем при значениях $0.3 \leq \kappa_V \leq 1$ (кривые 3, 4) действие эффекта МК уровней приводит к уменьшению амплитуды провала и особенно его контраста в центре линии, но слабо влияет на крыло линии. При параметрах насыщения $\kappa_V > 1$ вклад МК уровней оказывается важным и при формировании спектра всего резонанса (кривая 5). В этом случае эффект влияет как на амплитуду и ширину провала при расщеплениях $\Delta_H < \Gamma_{mn}$, так и на структуры крыла линии при $\Delta_H > \Gamma_{mn}$. Следует отметить, что учет МК уровней в спектрах поглощения при магнитном сканировании, как и при частотном сканировании (см. выше), препятствует возникновению аномалий в формах резонансов, возникающих в приближениях, не учитывающих вклад эффекта МК уровней (рис. 5а, б, кривые 5).

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, представленные результаты численных и аналитических исследований МК уровней, индуцируемой ЭМ-полем линейной поляризации в Λ - и V -типах переходов, демонстрируют важную роль данного эффекта при формировании как населенностей уровней переходов, так и спектров поглощения ЭМ-поля при частотном и магнитном сканировании. В оптимальных условиях вклад эффекта МК может составлять более 50% от населенностей

уровней в условиях без учета вклада МК и приводит к (75–100)-процентным изменениям коэффициентов поглощения в центрах линий при частотном и магнитном сканировании. Более критична при этом Λ -схема, в ней проявление эффекта МК в населенностях уровней и спектрах поглощения обнаруживается при значительно меньших параметрах насыщения (интенсивностях) ЭМ-поля и в более узком диапазоне расщеплений уровней. Так, в Λ -схеме диапазон расщеплений вблизи центра линии определялся константой релаксации нижнего уровня и составил $\sim 2\Gamma_n$, а в V-схеме этот диапазон определялся константой верхнего уровня и составил $\sim \Gamma_m$. Использование в расчетах приближения, не учитывающего вклад эффекта МК уровней, индуцированного ЭМ-полем линейной поляризации, в населенности уровней в Λ -типе переходов, приводит к значительным ошибкам в определении как населенностей этих уровней, так и результатов зависящих от населенностей уровней процессов уже при малых параметрах насыщения (интенсивностях) ЭМ-поля. В частности, это обнаруживается в формах линий поглощения ЭМ-поля при частотном и магнитном сканировании. При учете в решениях вклада МК уровней никаких аномалий в формах линий нелинейного поглощения не возникает.

Следует обратить внимание на провалы с шириной нижнего уровня Γ_n (в Λ -схеме) или с шириной верхнего уровня Γ_m (в V-схеме) в формах линий поглощения при магнитном сканировании вблизи нулевого расщепления уровней переходов. Как отмечалось, причиной образования данных структур в формах линий поглощения является когерентность, индуцируемая полем линейной поляризации на запрещенных переходах между магнитными подуровнями нижнего или верхнего состояний в рассматриваемых трехуровневых атомах, и эти структуры носят когерентный характер. Резонансы с шириной нижнего уровня возникали в спектрах насыщенного поглощения пробной волны при магнитном сканировании в атомах с более сложной структурой уровней [17–19, 21]. В этих работах отмечалось, что данные резонансы обусловлены действием поля насыщающей волны и имели также когерентный характер.

В заключение отметим, что узкий резонанс, возникающий в спектре поглощения бегущей ЭМ-волны линейной поляризации в атоме с Λ -схемой уровней при магнитном сканировании, может представлять интерес для ряда практических приложений, в частности, для измерения слабых магнитных полей.

Финансирование. Работа выполнена в рамках Госзадания ИАиЭ СО РАН (проект №121031700030-4) и ИФП СО РАН (проект №FWGW-2021-0012).

ПРИЛОЖЕНИЕ А

В Λ -схеме решения системы уравнений (11) следующие:

$$r_k = \frac{\Delta N}{D_\Lambda} \{ (\Gamma_m + \gamma_s) \times \\ \times [(\Gamma_n + \gamma_{5l})(\gamma_{5k} - \delta_{5l}) + (\gamma_{5l} - \delta_{5k})\delta_{5l}] - \\ - A_{5k}^s [(\Gamma_n + \gamma_{5l})\gamma_s - (\gamma_{5l} - \delta_{5l})\delta_{5l}] - \\ - A_{5l}^s [(\gamma_{5l} - \delta_{5l})(\gamma_{5k} - \delta_{5l}) + \delta_{5l}\gamma_s] \}, \\ k = 1, 3, \quad l = 3, 1, \quad (\text{A.1})$$

$$r_5 = -\frac{\Delta N \Gamma_n}{D_\Lambda} [(\Gamma_n + \gamma_{51} + \delta_{53})(\gamma_{53} - \delta_{51}) + \\ + (\Gamma_n + \gamma_{53} + \delta_{51})(\gamma_{51} - \delta_{53})],$$

$$D_\Lambda = \Gamma_n(\Gamma_n + \gamma_{51} + \gamma_{53})(\Gamma_m + \gamma_s) + \\ + (\Gamma_m - A_{51} - A_{53})(\gamma_{51}\gamma_{53} - \delta_{51}\delta_{53}) - \\ - \Gamma_n[A_{51}^s(\gamma_{51} - \delta_{51}) + A_{53}^s(\gamma_{53} - \delta_{53})],$$

$$\gamma_s = \gamma_{51} + \gamma_{53} - \delta_{51} - \delta_{53}, \\ A_{5k}^s = A_{5k} + \gamma_{5k} - \delta_{5k}.$$

В V-схеме решения системы уравнений (12) имеют вид

$$r_2 = \frac{\Delta N}{D_V} \{ \gamma_s [(\Gamma_m + \gamma_{42})(\Gamma_m + \gamma_{62}) - \delta_{42}\delta_{62}] - \\ - (\gamma_{42} - \delta_{62})[A_{42}^s(\Gamma_m + \gamma_{62}) + A_{62}^s\delta_{42}] - \\ - (\gamma_{62} - \delta_{42})[A_{62}^s(\Gamma_m + \gamma_{42}) + A_{42}^s\delta_{62}] \}, \quad (\text{A.2})$$

$$r_k = -\frac{\Delta N \Gamma_n}{D_V} [(\Gamma_m + \gamma_{l2})(\gamma_{k2} - \delta_{l2}) + (\gamma_{l2} - \delta_{k2})\delta_{l2}],$$

$$D_V = (\Gamma_n + \gamma_s)[(\Gamma_m + \gamma_{42})(\Gamma_m + \gamma_{62}) - \delta_{42}\delta_{62}] - \\ - (\gamma_{42} - \delta_{62})[A_{42}^s(\Gamma_m + \gamma_{62}) + A_{62}^s\delta_{42}] - \\ - (\gamma_{62} - \delta_{42})[A_{62}^s(\Gamma_m + \gamma_{42}) + A_{42}^s\delta_{62}],$$

$$A_{k2}^s = A_{k2} + \gamma_{k2} - \delta_{k2}, \quad k = 4, 6, \quad l = 6, 4, \\ \gamma_s = \gamma_{42} + \gamma_{62} - \delta_{42} - \delta_{62}.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ В

В Λ -схеме решения системы уравнений (17) для добавок к населенностям уровней при $\Delta N_{5k} = \Delta N$ следующие:

$$r_k = \frac{2\Delta N \Gamma_n}{D_\Lambda} \left[\frac{|G_{5k}|^2 \Gamma_{mn} (\Gamma_m - A_{51} - A_{53})}{\Gamma_{mn}^2 + \Omega_{5k}^2} \times \left(\frac{\Gamma_m - A_{5k}}{\Gamma_m - A_{51} - A_{53}} + \frac{2|G_{5l}|^2 \Gamma_{mn}}{\Gamma_n (\Gamma_{mn}^2 + \Omega_{5l}^2)} \right) - A_{5k} \frac{|G_{5l}|^2 \Gamma_{mn}}{\Gamma_{mn}^2 + \Omega_{5l}^2} \right],$$

$k = 1, 3, \quad l = 3, 1,$

$$r_5 = \frac{2\Delta N \Gamma_n^2}{D_\Lambda} \left[\sum_{1,3} \frac{|G_{5k}|^2 \Gamma_{mn}}{\Gamma_{mn}^2 + \Omega_{5k}^2} + \frac{2|G_{51}|^2 \Gamma_{mn}}{\Gamma_n (\Gamma_{mn}^2 + \Omega_{51}^2)} \frac{2|G_{53}|^2 \Gamma_{mn}}{\Gamma_{mn}^2 + \Omega_{53}^2} \right], \quad (B.1)$$

$$D_\Lambda = \Gamma_n^2 \Gamma_m \prod_{1,3} \left(1 + \frac{2|G_{5k}|^2 \Gamma_{mn}}{\Gamma_n (\Gamma_{mn}^2 + \Omega_{5k}^2)} \right) \times \left[1 + \sum_{1,3} \frac{\Gamma_n - A_{5k}}{\Gamma_m} \frac{2|G_{5k}|^2 \Gamma_{mn}}{\Gamma_n [\Gamma_{mn}^2 (1 + \frac{2|G_{5k}|^2}{\Gamma_{mn} \Gamma_n}) + \Omega_{5k}^2]} \right].$$

В V-схеме решения системы уравнений (18) для добавок к населенностям уровней при $\Delta N_{ik} = \Delta N$ имеют вид

$$r_2 = \frac{\Delta N}{D_V} \sum_{k=4,6} \frac{|G_{5k}|^2 (\Gamma_m - A_{k2}) \Gamma_{mn}}{\Gamma_m (\Gamma_{sk}^2 + \Omega_{k2}^2)},$$

$$D_V = \Gamma_n + \sum_{l=4,6} \frac{2|G_{l2}|^2 (\Gamma_m - A_{l2}) \Gamma_{mn}}{\Gamma_m (\Gamma_{sl}^2 + \Omega_{l2}^2)},$$

$$\Gamma_{sl}^2 = \Gamma_{mn}^2 \left(1 + \frac{2|G_{l2}|^2}{\Gamma_m \Gamma_{mn}} \right),$$

$$r_k = -\frac{\Lambda N D_V}{\Delta N} \frac{2|G_{5k}|^2}{\Gamma_m} \frac{\Gamma_{mn}}{\Gamma_{sk}^2 + \Omega_{k2}^2} \times \left[1 - \frac{\Gamma_m - A_{k2}}{D_V} \sum_{l=4,6} \frac{\Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{sl}^2 + \Omega_{l2}^2} \right],$$

$k = 4, 6. \quad (B.2)$

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. Б. Александров, УФН **107**, 595 (1972).
2. W. E. Bell and A. L. Bloom, Phys. Rev. Lett. **6**, 280 (1961).

3. Э. Г. Сапрыкин, А. А. Черненко, А.М. Шалагин, ЖЭТФ **146**, 229 (2014).
4. G. Alzetta, A. Gozzini, L. Moi et al., Nouvo Cim. B **36**, 5 (1976).
5. E. Arrimondo and G. Orriols, Lett. Nouvo Cim. **17**, 333 (1976).
6. F. M. Akulshin, S. Barreiro, and A. Lesama, Phys. Rev. A **57**, 2996 (1998).
7. А. В. Тайченачев, А. М. Тумайкин, В. И. Юдин, Письма в ЖЭТФ **69**, 776 (1999).
8. С.Г. Раутиан, Письма в ЖЭТФ **60**, 462 (1994).
9. S. K. Kim, H. S. Moon, K. Kim et al., Phys. Rev. A **61**, 063813 (2003).
10. Д. В. Бражников, А. В. Тайченачев, А. М. Тумайкин и др., Письма в ЖЭТФ **91**, 694 (2010).
11. C. Goren, A. D. Wilson-Gordon, M. Rosenbluh et al., Phys. Rev. A **67**, 033807 (2003).
12. Д. В. Лазебный, Д. В. Бражников, А. В. Тайченачев и др., ЖЭТФ **148**, 1068 (2015).
13. Э. Г. Сапрыкин, А. А. Черненко, А.М. Шалагин, ЖЭТФ **150**, 238 (2016).
14. С. Г. Раутиан, Г. И. Смирнов, А. М. Шалагин, *Нелинейные резонансы в спектрах атомов и молекул*, Наука, Новосибирск (1979), с. 310.
15. А. М. Шалагин, *Основы нелинейной спектроскопии высокого разрешения*, НГУ, Новосибирск (2008).
16. Э. Г. Сапрыкин, А. А. Черненко, ЖЭТФ **154**, 235 (2018).
17. Э. Г. Сапрыкин, А. А. Черненко, КЭ **49**, 479 (2019).
18. Э. Г. Сапрыкин, А. А. Черненко, КЭ **52**, 560 (2022).
19. A. Chernenko and E. Saprykin, Amer. J. Opt. Phot. **8**, 51 (2020).
20. В. С. Летохов, В. П. Чеботаев, *Принципы нелинейной лазерной спектроскопии*, Наука, Москва (1975), с. 512.
21. Э. Г. Сапрыкин, А. А. Черненко, Опт. и спектр. **127**, 671 (2019).