

МЕТОД ОЦЕНКИ КОЛИЧЕСТВА АТОМОВ В МАГНИТООПТИЧЕСКИХ ЛОВУШКАХ

Г. С. Белотелов ^{a*}, А. П. Вялых ^{a,b}, А. В. Семенко ^a, М. Л. Восканов ^a, С. Н. Слюсарев ^a

^a Федеральное государственное унитарное предприятие «Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений» (ФГУП «ВНИИФТРИ») 141570, Менделеево, Россия

^b Национальный исследовательский ядерный университет Московский инженерно-физический институт (НИЯУ МИФИ) 119334, Москва, Россия

Поступила в редакцию 12 марта 2024 г.,
после переработки 24 апреля 2024 г.
Принята к публикации 26 апреля 2024 г.

Представлен и подробно рассмотрен метод оценки количества атомов в магнитооптической ловушке и в потоке из источника горячих атомов. Проанализирована применимость метода на различных этапах охлаждения. Рассчитана относительная неопределенность рассматриваемого метода. Представлены результаты применения описанного метода на оптических стандартах частоты на холодных атомах стронция и иттербия.

Статья представлена в рамках публикации материалов конференции «Физика ультрахолодных атомов» (ФУХА-2023), Новосибирск, декабрь 2023 г.

DOI: 10.31857/S0044451024100018

1. ВВЕДЕНИЕ

Лазерное охлаждение атомов применяется в лабораториях по всему миру для разработки таких установок, как оптические стандарты частоты (ОСЧ) [2] и атомные интерферометры (АИ) [2, 3]. Кроме того, лазерное охлаждение используется и в фундаментальных физических исследованиях [2]. Во всех перечисленных задачах для лазерного охлаждения используется, в том числе, магнитооптическая ловушка (МОЛ).

Реализация ОСЧ на основе оптической решетки ведется на двух элементах: на атомах стронция-87 создаются и модернизируются стационарные ОСЧ [4] и на атомах иттербия-171 ведутся разработки переносимого ОСЧ [5]. Стоит отметить, что в исследованиях при разработке ОСЧ на атомах иттербия на текущий момент использовался изотоп ^{174}Yb . Этот изотоп использовался для первичной настройки ОСЧ по ряду причин: во-первых, его процентный состав более чем в 2 раза выше (31.8% у ^{174}Yb и

14.3% у ^{171}Yb) [6], во-вторых, из-за большего уровня флуоресценции по сравнению с ^{171}Yb — приблизительно в 3 раза [7]. Для разработки ОСЧ прежде всего необходимо подготовить ансамбль холодных атомов для их загрузки в оптическую решетку и в итоге провести опрос часового перехода [2]. Результат опроса зависит от того, сколько атомов получилось охладить на каждом этапе. Соответственно, для проведения оптимизации работы установки необходимо оценивать количество атомов на каждом этапе охлаждения. Это справедливо не только для ОСЧ, но и для других установок с использованием холодных атомов. Для оптимизации охлаждения был реализован метод оценки количества атомов в МОЛ по серии снимков облака атомов, полученных с помощью ПЗС-камеры, по аналогии с работами [8, 9].

При разработке ОСЧ используется двухступенчатое охлаждение атомов в МОЛ. Первый этап охлаждения осуществляется на переходе $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$. Для дальнейшего снижения температуры используется более слабый переход $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$.

Для охлаждения атомов стронция используют переходы на длине волны 461 нм с естественной шириной линии 30 МГц на первом этапе и с длиной

* E-mail: belotelov@vniiftri.ru

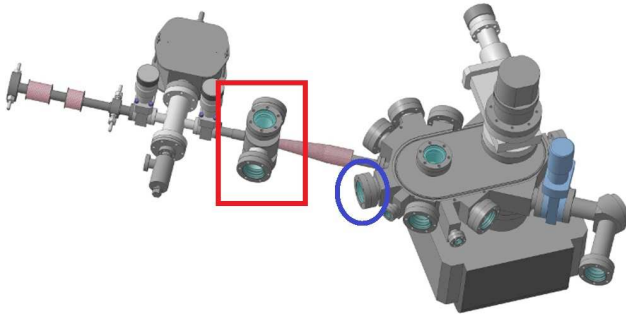


Рис. 1. 3D-модель общего вида оптического спектроскопа для охлаждения атомов стронция. Прямоугольником отмечена коллиматорная секция, кругом — боковое окно, на которое помещалась камера для оценки количества атомов в МОЛ

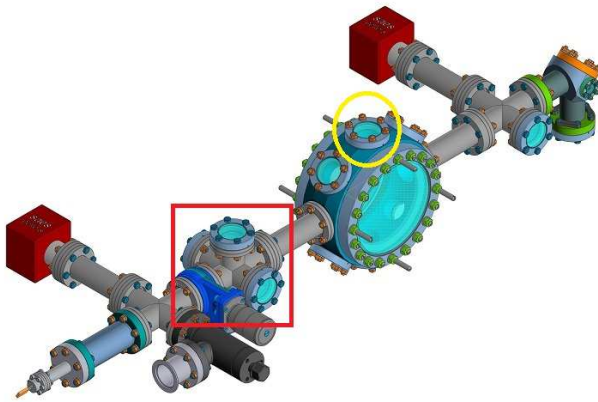


Рис. 2. 3D-модель вакуумной камеры оптического спектроскопа для охлаждения атомов иттербия. Квадратом отмечена коллиматорная секция, кругом — боковое окно, на которое помещалась камера для оценки количества атомов в МОЛ

волны 689 нм с естественной шириной линии 7.4 кГц на втором этапе. Охлаждение атомов стронция реализуется в вакуумной камере, модель которой представлена на рис. 1.

Для исследований потока атомов камера помещалась на коллиматорную секцию (на рис. 1 отмечена прямоугольником), через окно которой собирался сигнал флуоресценции на матрицу ПЗС-камеры. Для оценки количества атомов в МОЛ камера помещалась на боковое окно (на рис. 1 отмечено кругом), через которое собирался сигнал флуоресценции на матрицу ПЗС-камеры.

Для охлаждения иттербия используются переходы на длине волны 399 нм с естественной шириной линии 29 МГц на первом этапе и с длиной волны

556 нм с естественной шириной линии 182 кГц на втором этапе. Охлаждение атомов иттербия реализуется в вакуумной камере, модель которой представлена на рис. 2.

Для исследований потока атомов камера помещалась на коллиматорную секцию (на рис. 2 отмечена квадратом). Для оценки количества атомов в МОЛ камера помещалась на боковое окно (на рис. 2 отмечено кругом). Сигнал флуоресценции собирался на матрицу ПЗС-камеры аналогично эксперименту на атомах стронция.

2. МЕТОД ОЦЕНКИ КОЛИЧЕСТВА АТОМОВ

Для оптимизации параметров первичного охлаждения атомов стронция и перехода ко вторичному охлаждению необходимо знать количество атомов в первичной МОЛ, а также количество атомов в потоке, создаваемом источником горячих атомов. Определить количество атомов в первичной МОЛ можно, связав его с числом фотонов, рассеиваемых (переизлучаемых) облаком атомов. Согласно работе [9], число фотонов N_0 , наблюдаемое при флуоресценции одного атома, определяется выражением

$$N_0 = \Gamma_{sc} f T_0 \alpha \Delta t. \quad (1)$$

Здесь $f = \Omega/4\pi = D^2/16b^2$ — отношение телесного угла, захватываемого системой изображения, к полному телесному углу 4π , D — диаметр апертуры, с которой собирается световой сигнал (в нашем случае D определяется линзой, находящейся перед ПЗС-камерой), b — расстояние от облака атомов до апертуры (линзы), $T_0 = P_t/P_i$ — коэффициент пропускания оптики между облаком и камерой, определяемый из отношения прошедшей оптической мощности P_t к падающей P_i , α — квантовая эффективность детектора, Δt — время наблюдения (экспозиция измеряющего устройства), Γ_{sc} — скорость рассеяния,

$$\Gamma_{sc} = \frac{\gamma}{2} \frac{I/I_s}{1 + I/I_s + (2\delta/\gamma)^2}, \quad (2)$$

где γ — ширина спектральной линии перехода, от которого наблюдается флуоресценция, δ — частотная отстройка от этого перехода, I — интенсивность светового поля, I_s — интенсивность насыщения, определяемая выражением $I_s = \pi \hbar c \gamma / 3 \lambda^3$, $\hbar$ — постоянная Планка, c — скорость света, λ — длина волны излучения. Число атомов N_{at} в МОЛ можно оценить через отношение полного числа фотонов N_{ph} к числу фотонов, излучаемых одним атомом, N_0 :

$$N_{at} = \frac{N_{ph}}{N_0} = \frac{N_{ph}}{\Gamma_{sc} f T_0 \alpha \Delta t}. \quad (3)$$

В нашем случае величина N_{ph} определяется экспериментально при помощи проградуированной ПЗС-камеры (далее процесс градуировки рассмотрен более детально). Пусть

$$P = \frac{N_{ph}hc}{\lambda\Delta t}$$

— мощность светового излучения, попадающего в камеру. Тогда число фотонов, попавших на ПЗС-матрицу камеры за время экспозиции Δt , будет равно

$$N_{ph} = \frac{P\lambda\Delta t}{hc}. \quad (4)$$

Это же выражение справедливо и для каждого пикселя матрицы в отдельности ($N_{ph} = \sum_{px} N_{phpx}$):

$$N_{phpx} = \frac{P_{px}\lambda\Delta t}{hc}, \quad (5)$$

где P_{px} — мощность, приходящаяся на 1 пиксель. Поэтому формула (3) примет вид

$$\begin{aligned} N_{at} &= \frac{\lambda \sum_{px} P_{px}}{\Gamma_{sc} h c f T_0 \alpha} = \\ &= \frac{2\tau\lambda(1 + S_0 + (4\pi\tau\delta)^2) \sum_{px} P_{px}}{h c f T_0 \alpha S_0}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $S_0 = I/I_s$ — отношение интенсивности лазерного излучения к интенсивности насыщения, τ — время жизни верхнего состояния. Для определения P_{px} используется формула, полученная из описания параметров камеры SDU-R285 [10, 11]:

$$P_{px} = \frac{\alpha I_{px} k_{grad} \Delta t_{grad}}{\Delta t \cdot 2^{u/128}}, \quad (7)$$

где I_{px} — яркость пикселя (от 0 до 255), k_{grad} — коэффициент градуировки камеры, связывающий I_{px} с P_{px} и определяемый экспериментально, Δt_{grad} — экспозиция камеры при проведении градуировки, u — усиление камеры при съемке облака атомов для определения их количества. Стоит отметить, что при использовании других детекторов формула (7) может принять иной вид.

При градуировке усиление устанавливается равным нулю. В процессе градуировки лазерное излучение соответствующей длины волны и известной мощности направляется на матрицу ПЗС-камеры. Пучок обрезается диафрагмой, стоящей перед камерой, так, чтобы распределение интенсивности в сечении пучка было равномерным. В расчет берутся только те пиксели из прямоугольной матрицы, на которые попало лазерное излучение. После завершения измерений по полученным данным строится график зависимости мощности, приходящейся

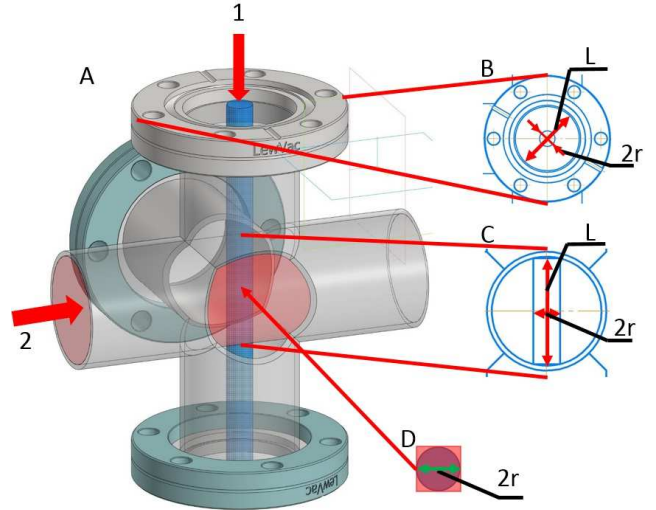


Рис. 3. Схема взаимодействия лазерного луча с потоком атомов. 1 — лазерный луч, 2 — поток атомов, A — шестиходовой крест со схематическим распространением потока атомов и лазерного излучения, B — соотношение сечения лазерного луча к внутреннему размеру вакуумной трубы, C — соотношение площадей лазерного излучения и потока, D — соотношение площадей для определения среднего времени пролета

на 1 пиксель, от яркости пикселя на фотографии. В нашем случае, данная зависимость является линейной. По графику определяется коэффициент наклона, который и является k_{grad} .

Таким образом, получена итоговая формула для оценки числа атомов, захваченных в МОЛ, по изображению, полученному с ПЗС-камеры:

$$\begin{aligned} N_{at} &= \\ &= \frac{2\tau\lambda(1 + S_0 + (4\pi\tau\delta)^2) k_{grad} \Delta t_{grad} \sum_{px} I_{px}}{h c f T_0 S_0 \Delta t \cdot 2^{u/128}}. \end{aligned} \quad (8)$$

С помощью полученного выражения (8) можно оценивать количество атомов на снимке, зная все необходимые параметры.

Количество атомов в единицу времени, F , в потоке определяется выражением $F = N_{at}/\Delta t$, однако в данном случае для вычисления N_{at} по формуле (8) за время наблюдения вместо Δt необходимо принять время пролета атомами детектирующего лазерного луча, t_{fl} . Использование предположения, что все атомы пролетают лазерный луч по всем траекториям за одинаковое время, возможно только в случае квадратного сечения лазерного луча. В связи с тем, что сечение луча является круглым (см. рис. 3, элемент D), из-за чего атомы с различными траекториями пролетают луч по различным путям и, соответ-

ственно, за разное время, необходимо ввести поправочный коэффициент, полученный из соотношения площади сечения лазерного луча и площади квадрата. Таким образом, время пролета будет определяться как

$$t_{fl} = \frac{\pi r}{2v_{beam}}, \quad (9)$$

где r — радиус сечения лазерного луча с гауссовым распределением, $v_{beam} = \sqrt{3k_B T/M}$ — скорость атомов, вылетающих из источника [12] (k_B — постоянная Больцмана, T — температура источника атомов в кельвинах, M — масса атомов). Следует учесть, что взаимодействие с атомами происходит только в части вакуумного объема коллимирующей секции, в которой распространяется лазерное излучение (см. рис. 3, элементы B , C). Следовательно, лазерным излучением подсвечивается только часть потока, который на самом деле имеет сечение, равное сечению вакуумной трубы. Поэтому для вычисления количества атомов в единицу времени, F , для полного потока полученный результат необходимо домножить на соотношение объемов лазерного луча и потока атомов $l^2/4r^2$, где l — длина области взаимодействия с атомами. Соответственно, с помощью выражения (8) поток атомов F определяется как

$$F = \frac{l^2 \tau \lambda (1 + S_0 + (4\pi \tau \delta)^2) k_{grad} \Delta t_{grad} \sum_{px} I_{px}}{2r^2 \Delta t h c f T_0 S_0 t_{fl} \cdot 2^{u/128}}. \quad (10)$$

Стоит отметить, что, при выводе теоретических расчетов не использовались какие-либо приближения, связанные с выбором конкретного метода охлаждения и, соответственно, отсутствуют ограничения применимости представленного метода лишь для первичной МОЛ и потока атомов. Сигнал флуоресценции может быть получен и во вторичной МОЛ, и в оптической решетке — необходимо добавить детектирующий луч, подсвечивающий атомы. В случае использования более высокоточных детекторов также необходимо провести градуировку с учетом особенностей используемого оборудования.

3. ОЦЕНКА НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ПРЕДЛОЖЕННЫХ МЕТОДОВ ДЛЯ АТОМОВ СТРОНЦИЯ И ИТТЕРБИЯ

Неопределенность оценки количества атомов, u_C , рассчитывалась путем определения вклада от каждого измеряемого параметра:

$$u_C = \sqrt{\sum_i C_i^2 u_i^2}, \quad (11)$$

Таблица. Результаты расчета неопределенности метода оценки количества атомов стронция в первичной МОЛ

	u_i	Величина	%
λ , нм	$5.8 \cdot 10^{-6}$	$4.6 \cdot 10^2$	$\frac{2u_C}{N_{at}} = 4$
P_i (перед.), Вт	$1.0 \cdot 10^{-4}$	$2.0 \cdot 10^{-3}$	
P_i (лев.), Вт	$3.4 \cdot 10^{-4}$	$6.7 \cdot 10^{-3}$	
P_i (прав.), Вт	$3.4 \cdot 10^{-4}$	$6.8 \cdot 10^{-3}$	
δ , МГц	5.8	34.0	
P_{grad} , Вт	$1.0 \cdot 10^{-5}$	$2.0 \cdot 10^{-4}$	
Δt_{grad} , с	$1.0 \cdot 10^{-8}$	$2.5 \cdot 10^{-5}$	
b , мм	$5.8 \cdot 10^{-2}$	$2.0 \cdot 10^2$	
D , мм	$5.8 \cdot 10^{-2}$	35.0	
r , мм	$5.8 \cdot 10^{-2}$	$1.2 \cdot 10^2$	
P_t (перед.), Вт	$1.4 \cdot 10^{-4}$	$2.8 \cdot 10^{-3}$	
P_t (лев.), Вт	$4.7 \cdot 10^{-4}$	$9.4 \cdot 10^{-3}$	
P_t (прав.), Вт	$4.8 \cdot 10^{-4}$	$9.6 \cdot 10^{-3}$	
t , с	$1.0 \cdot 10^{-8}$	$1.0 \cdot 10^{-2}$	$\frac{2u_C}{F} = 35$
l , мм	$5.8 \cdot 10^{-2}$	36.6	
T , К	2.9	723.0	

где u_i — погрешности, связанные с разрешающей способностью измерительных средств, C_i — весовой коэффициент, определяемый величиной частной производной формулы оценки по измеряемой величине.

Результаты расчета неопределенности количества атомов в МОЛ и потоке для атомов стронция представлены в таблице. Величины P_i и P_t отображают мощность лазерного излучения, падающего и прошедшего соответственно, заводимого в МОЛ по трем направлениям (спереди, справа и слева). Аналогичные расчеты проводились и для атомов иттербия.

Таким образом, относительная расширенная неопределенность оценки количества атомов в МОЛ была определена как 4%, а относительная расширенная неопределенность оценки количества атомов стронция в потоке составила 35% (см. таблицу). Все величины, указанные в таблице, используются для расчета относительной расширенной неопределенности оценки количества атомов в потоке. Для оценки того же параметра в МОЛ последние две величины из таблицы не используются.

Аналогично, по формуле (11) проводился расчет относительной неопределенности оценки количества атомов иттербия в потоке и в МОЛ. Таким образом, относительная расширенная неопределенность оценки количества атомов в МОЛ была определена как 5%, а относительная расширенная неопределенность оценки количества атомов иттербия в потоке составила 32%.

4. РЕЗУЛЬТАТ ПЕРВИЧНОГО ОХЛАЖДЕНИЯ АТОМОВ СТРОНЦИЯ-87

В эксперименте на атомах стронция для увеличения количества атомов в МОЛ использовался земановский замедлитель, две перекачивающих лазерных системы с длинами волн 679 и 707 нм и коллимирующее лазерное излучение. Первым проведенным исследованием была оценка количества атомов в потоке, создаваемом источником горячих атомов стронция. Источник атомов, используемый в данном эксперименте, имел длину 32 см и две нагревательные секции: резервуар с металлическим стронцием и сопло. Резервуар с металлическим стронцием располагался от сопла на расстоянии 9 см. Сопло имело цилиндрическую форму радиусом 0.1 см и длиной 1.2 см. Нагревательные элементы располагались непосредственно на источнике снаружи вакуумной части. Резервуар нагревался до температуры около 450 °С, сопло нагревалось до 700 °С. Источник располагался на расстоянии 90 см от рабочей зоны и 33 см от коллиматорной секции. Для исследования потока ПЗС-камера с используемой линзой помещалась на коллиматорную секцию, изображенную на рис. 1. Для возбуждения атомного перехода, от которого наблюдалась флуоресценция, использовалось лазерное излучение коллиматорной секции. Количество атомов в потоке оценивалось по серии снимков, полученных с ПЗС-камеры.

В результате была проведена оценка количества атомов в потоке с помощью формулы (10), неопределенность рассчитана с помощью формулы (11). Число атомов в потоке в секунду составило $(1.0 \pm 0.4) \cdot 10^{11}$.

Вторым проведенным исследованием была оценка зависимостей количества атомов ^{87}Sr в первичной МОЛ от различных параметров охлаждения. Рассмотренными параметрами являются частота отстройки излучения от охлаждающего перехода и величина градиента магнитного поля. Излучением, вызывающим флуоресценцию атомов, являлось само лазерное излучение МОЛ.

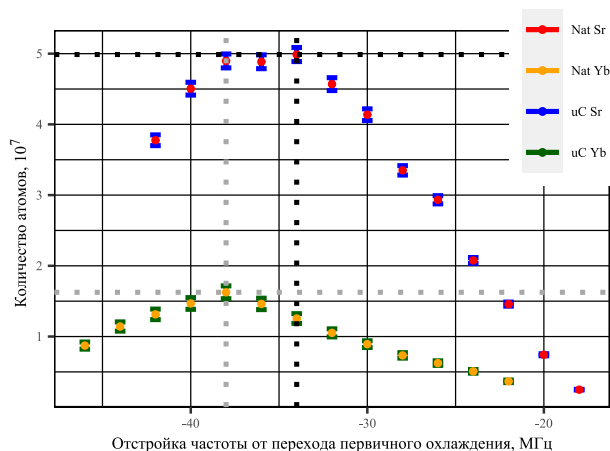


Рис. 4. Зависимости количества атомов ^{87}Sr и ^{174}Yb , захваченных в МОЛ, от частотной отстройки излучения МОЛ от резонанса перехода первичного охлаждения. Оптимум отмечен пунктирными линиями. Приведенные погрешности отображают расширенную неопределенность оценки количества атомов в МОЛ

В результате были определены оптимальные значения частотной отстройки излучения и величины градиента магнитного поля для получения максимально возможного числа атомов в первичной МОЛ.

Для наглядного представления данных, фиксируя один из параметров на оптимальном значении и сканируя значения другого, мы построили соответствующие отдельные двумерные зависимости количества захваченных атомов. Например, зависимость количества атомов ^{87}Sr , захваченных в первичную МОЛ, от частотной отстройки относительно охлаждающего перехода изображена на рис. 4. Градиент магнитного поля в этом случае находится на ранее определенном оптимальном значении 18 Гс/см. Таким образом, оптимум оказывается достигнут при частотной отстройке -34 МГц и градиенте магнитного поля 18 Гс/см. Соответствующее количество атомов в МОЛ составило $(2.1 \pm 0.1) \cdot 10^7$, неопределенность рассчитана с помощью формулы (11).

Для подтверждения выдвинутых в разд. 2 предположений о применимости представленного метода на различных этапах охлаждения и захвата атомов было проведено исследование количества атомов стронция, захваченных во вторичную МОЛ и загруженных в оптическую решетку. Результатом проведенных исследований стало $(5.1 \pm 0.2) \cdot 10^6$ атомов, захваченных во вторичную МОЛ, и $(1.2 \pm 0.1) \cdot 10^4$ атомов, загруженных в оптическую решетку.

5. РЕЗУЛЬТАТ ПЕРВИЧНОГО ОХЛАЖДЕНИЯ АТОМОВ ИТТЕРБИЯ-174

Помимо исследования потока атомов и количества атомов, захваченных в МОЛ, для атомов стронция, аналогичные эксперименты были проведены и для иттербия. Стоит отметить, что в эксперименте на атомах иттербия, в отличие от эксперимента на атомах стронция, использовалось только излучение МОЛ. Исследовался изотоп ^{174}Yb . Источник атомов иттербия, используемый в работе, имел длину 17 см. Резервуар с металлическим иттербием располагался от капилляров на расстоянии 7 см. Капилляры представляют собой металлические трубочки длиной 1 см с внутренним диаметром 0.05 см. Количество трубочек равняется 20. Нагревательная муфта крепилась на резервуар внутри вакуумного объема. При этом он имел только одну нагревательную секцию, поддерживаемую при температуре 400°C . Источник располагался на расстоянии 56 см от рабочей зоны и 26 см от коллиматорной секции. Для исследования потока ПЗС-камера с используемой линзой помещалась на коллиматорную секцию, изображенную на рис. 2.

В результате была проведена оценка количества атомов в потоке с помощью формулы (10), неопределенность рассчитана с помощью формулы (11). Была получена величина $(8.9 \pm 2.9) \cdot 10^{11}$ атомов в секунду. Последовательность этапов измерения в точности повторяла описанную для эксперимента на атомах ^{87}Sr .

Для наглядного представления данных, аналогично с экспериментом на атомах стронция, фиксируя один из параметров на оптимальном значении и сканируя значения другого, мы построили соответствующие отдельные двумерные зависимости количества захваченных атомов. Например, зависимость количества атомов ^{174}Yb , захваченных в первичную МОЛ, от изменения величины градиента магнитного поля изображена на рис. 4. Таким образом, оптимум оказывается достигнут при частотной отстройке -38 МГц и градиенте магнитного поля 25 Гс/см . Соответствующее количество атомов в МОЛ составило $(1.7 \pm 0.1) \cdot 10^7$, неопределенность рассчитана с помощью формулы (11).

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан и подробно описан метод, позволяющий оценить количество атомов в потоке из источника горячих атомов и количество атомов, захвачен-

ных в МОЛ. Предложенный метод был протестирован на установке ОСЧ на холодных атомах стронция и применялся на разрабатываемом перебазированном ОСЧ на холодных атомах иттербия. Дополнительные исследования метода, проведенные на установке ОСЧ на холодных атомах стронция, показали возможность его применения при оценке количества атомов, захваченных во вторичную МОЛ, а также загруженных в оптическую решетку. Применение представленного метода позволяет проводить более точную оптимизацию параметров лазерного охлаждения на каждом этапе. Предложенный метод, после соответствующих градуировок, может применяться с другими регистрирующими устройствами. Так как представленный метод был протестирован на двух элементах (стронций и иттербий), можно говорить о его применимости и на других элементах после внесения соответствующих параметров для используемых атомов.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. D. Ludlow, M. M. Boyd, J. Ye et al., *Rev. Phys.* **87**, 637 (2015).
2. V. Menoret, P. Vermeulen, N. Le Moigne et al., *Sci. Rep.* **8**, 1 (2018).
3. I. Dutta, D. Savoie, B. Fang et al., *Phys. Rev. Lett.* **116**, 183003 (2016).
4. О. И. Бердасов, А. Ю. Грибов, Г. С. Белотелов и др., *КЭ* **47**, 400 (2017).
5. Г. С. Белотелов, Д. В. Сутырин, С. Н. Слюсарев, *Альманах современной метрологии* **4**, 100 (2021).
6. J. E. Sansonetti and W. C. Martin, *J. Phys. Chem. Ref. Data* **34**, 1559 (2005).
7. T. Lauprêtre, L. Groult, B. Achi et al. *OSA Continuum* **3**, 50 (2020).
8. K. R. Overstreet, P. Zabawa, J. Tallant et al., *Optics Express* **13**, 9672 (2005).
9. Z. Hu and H. J. Kimble, *Opt. Lett.* **19**, 1888 (1994).
10. Инструкция к камере SDU-R285, <http://www.sptt.ru/sptt/pdf/SDU285.pdf> (дата обращения: 15.02.2024).
11. Инструкция к матрице камеры SDU-R285 <http://www.sptt.ru/sptt/pdf/ICX285AL.pdf> (дата обращения: 15.02.2024).
12. W. D. Phillips, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 721 (1998).