

# ИЗУЧЕНИЕ ПЛОТНОЙ ПЛАЗМЫ СВИНЦА

*Е. М. Анфельбаум, А. М. Кондратьев, А. Д. Рахель\**

*Объединенный институт высоких температур Российской академии наук  
125412, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 12 января 2024 г.,  
после переработки 30 января 2024 г.  
Принята к публикации 30 января 2024 г.

Проведены измерения термодинамических функций и удельного сопротивления плотной плазмы свинца для значений удельного объема, в 5–20 раз больших нормального значения, давлений 0.4–4.0 ГПа и значений удельной внутренней энергии, которые в 3–18 раз больше энергии сублимации. Измеренные зависимости сравниваются с зависимостями, рассчитанными с помощью химической модели классической плазмы. Целью работы было обнаружение эффектов неидеальности в термодинамических свойствах и поведении удельного сопротивления плазмы. Один из обнаруженных эффектов состоит в том, что коэффициент Грюнайзена такой плазмы во всей исследованной области состояний принимал значения в относительно узком интервале 0.2–0.4. Показано, что химическая модель почти в два раза занижает затраты энергии на ионизацию плазмы и возбуждение атомов и примерно во столько же раз завышает температуру. Установлено, что во всей исследованной области состояний плазмы «ионизация давлением» играет существенную роль: на изотермах удельное сопротивление уменьшается с уменьшением удельного объема.

DOI: 10.31857/S0044451024060154

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Изучение плотной плазмы со степенью ионизации порядка единицы наталкивается на серьезные трудности со стороны как теории, так и эксперимента. Теоретические проблемы связаны с тем, что для такой системы параметр взаимодействия, т. е. отношение энергии кулоновского взаимодействия между частицами плазмы к их кинетической энергии, принимает значения порядка единицы. В этом случае применение теории возмущений с использованием в качестве невозмущенной системы идеального газа весьма затруднительно.

Экспериментальные трудности в исследовании плотной плазмы с развитой ионизацией связаны с высокими температурами и давлениями, при которых такая плазма может существовать и которые для подавляющего большинства элементов периодической системы недостижимы в статических экспериментах. Для изучения такой плазмы применяют различные динамические экспериментальные методы [1–4]. Однако для этих экспериментов остаются

открытыми вопросы об однородности получаемой плазмы и о достоверной оценке погрешности измерений [5]. Сравнение значений удельного сопротивления плазмы алюминия, измеренных в экспериментах [4], с результатами более точной методики [6] показало, что погрешности измерений [4] составляют 20–30 % (см. рис. 7 работы [6]). Такая же по порядку величины оказывается и погрешность эксперимента [2], как это следует из сравнения, представленного на рис. 5 работы [7]. Столь большие погрешности измерений не позволили выявить характерные свойства неидеальной плазмы, связанные с сильным взаимодействием между частицами.

Для исследования свойств металлов в жидком состоянии и в состоянии сверхкритического флюида был разработан динамический экспериментальный метод [8], который позволяет проводить измерения с погрешностью не хуже 3–5 % (в зависимости от измеряемой величины). С помощью этого метода были проведены измерения термодинамических функций и удельного электрического сопротивления свинца [9], а также эвтектики свинец–висмут [10] для широкой области состояний на плоскости  $VP$  ( $V$  — удельный объем,  $P$  — давление). На основании полученных данных были построены калорические уравнения состояния (УРС) этих

\* E-mail: rakhel@oivtran.ru

флюидов и оценены критические точки перехода жидкость–газ и перехода металл–неметалл [10]. Существенной особенностью такого УРС является то, что его точность зависит только от погрешности экспериментальных данных, на основании которых определяются две характеристические функции — зависимости коэффициента Грюнайзена и холодной составляющей внутренней энергии от удельного объема. Поскольку в каждом отдельном эксперименте [9, 10] измеряется зависимость удельной внутренней энергии образца от удельного объема и давления вдоль некоторой линии на плоскости  $VP$  (которая выходит из нормального состояния), а не в одной точке на ударной адиабате или изэнтропе разгрузки, как это имеет место в ударно-волновых экспериментах [11], это позволит провести достаточно точный анализ поведения изохор в плоскости  $PE$  ( $E$  — удельная внутренняя энергия). На основании такого анализа была установлена общая закономерность: в пределах погрешности измерений эти изохоры являются прямыми линиями. Этот факт позволил установить вид функции  $P(V, E)$ , т. е. калорическое УРС, на основании общих термодинамических соотношений [12], а также измерить с необходимой точностью зависимости коэффициента Грюнайзена и холодной составляющей внутренней энергии от относительного объема [9, 10]. При этом не нужно делать предположений о том, каков вид этих зависимостей [11].

Погрешности измерений [9, 10] для интервала удельных объемов, близких к нормальному значению, для которого имеются точные литературные данные, были надежно оценены и оказались не хуже 3%. Однако для области состояний  $P > 0.3$  ГПа,  $V > 4V_0$  ( $V_0$  — нормальное значение удельного объема исследуемого металла) литературных данных нет. Для оценки систематической погрешности экспериментов [9, 10] в этой области состояний был разработан метод по прямому измерению скорости ударных волн, возбуждаемых в образце во время динамического эксперимента. Поскольку ударная адиабата исследуемого металла может быть определена с помощью предварительно построенного калорического УРС, а точность последнего, как отмечалось выше, зависит только от точности экспериментальных данных, то, сравнивая измеренные значения скорости ударных волн со значениями, рассчитанными с помощью УРС, можно оценить систематическую погрешность измерений при больших значениях удельного объема образца и давления. Такая работа была выполнена в экспериментах со свинцом [13], и были оценены погрешности измере-

ний для интервала объемов  $V/V_0 = 2 - 7$  и интервала давлений  $P = 0.4 - 3.4$  ГПа. В настоящей работе представлены экспериментальные данные по свойствам плотной плазмы свинца для области состояний  $V/V_0 = 6 - 20$ ,  $P = 0.4 - 4$  ГПа.

Для интерпретации результатов этих экспериментов использовалась химическая модель плазмы (ХМП) [14, 15]. В этой модели плазма рассматривается как равновесная смесь нейтральных атомов, положительных ионов с зарядами  $ze = 1 - 4$  ( $e$  — элементарный заряд,  $z$  — кратность ионизации) и электронов. Свободная энергия плазмы представляется в виде суммы свободной энергии идеального газа такой смеси частиц и трех слагаемых, которые описывают три вида взаимодействия между ними: взаимодействие между заряженными частицами, между заряженными частицами и атомами и взаимодействие между атомами. Отметим, что ионы в этой модели рассматриваются как точечные классические частицы, а вклад в свободную энергию от взаимодействия между ионами, а также между ионами и свободными электронами описывается с помощью аналитической зависимости [16]. Взаимодействия заряд–атом и атом–атом описываются с учетом только парных взаимодействий, т. е. с точностью до второго члена вириального разложения. Минимизация свободной энергии по отношению к числам частиц всех сортов позволяет определить состав плазмы (при заданных значениях температуры, объема и полного числа атомов). После расчета состава плазмы можно определить ее термодинамические функции, которые получаются путем дифференцирования свободной энергии как функции удельного объема и температуры. Удельное сопротивление плазмы вычислялось в рамках приближения времени релаксации [14]. Поскольку используемая здесь ХМП уже детально описана [14, 15], мы не будем излагать ее более подробно. Заметим только, что, строго говоря, эта модель может применяться для описания плазмы относительно низкой плотности, когда можно с достаточной точностью определить такие составные частицы, как молекулу, изолированный атом или ион. Однако несмотря на ограниченную область применимости, химические модели плазмы позволяют получать качественно верные результаты и для области состояний, где параметр взаимодействия не мал [17, 18].

В настоящей работе были проведены измерения термодинамических функций и удельного сопротивления свинца для области состояний, в которой удельный объем, температура и давление превышают значения в критической точке фазового пере-

да жидкость–газ. Как известно, область состояний вещества, в которой температура и давление превышают критические значения, называют сверхкритическим флюидом. В этой работе, следовательно, мы будем иметь дело с газообразным сверхкритическим флюидом. Такой флюид, как будет показано ниже, имеет относительно низкое удельное сопротивление: его значения всего лишь в 2–6 раз выше значения удельного сопротивления жидкого свинца в металлическом состоянии вблизи предела Мотта–Иоффе–Регеля [9]. Таким образом, у нас имеются все основания называть такой сверхкритический флюид плотной плазмой. Основной целью этой работы было обнаружить характерные особенности плотной плазмы (в термодинамических функциях и поведении удельного сопротивления), связанные с сильным взаимодействием между частицами.

В случае классической плазмы, для которой вырождение электронов и квантовые эффекты рассеяния несущественны, в качестве параметра взаимодействия обычно берут отношение потенциальной энергии электростатического отталкивания соседних ионов, расположенных на среднем расстоянии друг от друга (без учета корреляций), к их средней кинетической энергии. Если обозначить среднее число ионов в единице объема как  $n_i$ , то среднее расстояние между ними будет порядка  $n_i^{-1/3}$ , а их средняя кинетическая энергия, согласно закону равнораспределения, будет порядка температуры. Для параметра взаимодействия, который будем обозначать буквой  $\Gamma$ , получим выражение

$$\Gamma = \frac{z^2 e^2}{kT} n_i^{1/3}, \quad (1)$$

где  $T$  — температура,  $k$  — постоянная Больцмана. Для плазмы свинца, которая изучается в этой работе,  $n_i = (1 - 8) \cdot 10^{21} \text{ см}^{-3}$ ,  $T = 10 - 40 \text{ КК}$ ,  $z = 1 - 2$ ,  $\Gamma = 0.5 - 5$ . При этом ионная компонента плазмы не вырождена, а параметр вырождения электронной компоненты  $\vartheta = kT/\varepsilon_F$  принимает значения  $\vartheta = 1 - 10$ , где  $\varepsilon_F$  — энергия Ферми, которая определяется согласно формуле

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n_e)^{2/3}, \quad (2)$$

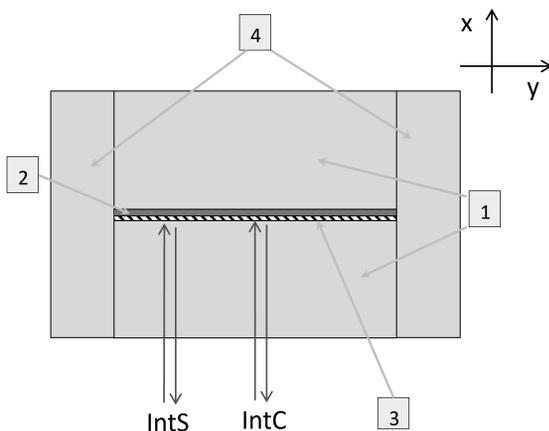
где  $m$  — масса электрона,  $n_e$  — среднее число электронов в единице объема.

## 2. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ МЕТОДИКИ

Для проведения измерений использовалась экспериментальная методика работ [9, 10]. Отметим

только некоторые изменения, которые были внесены в нее в процессе выполнения настоящей работы. После того как была оценена систематическая погрешность таких измерений при больших значениях удельного объема образца [13], стало возможным изучать свойства металлов в газообразном состоянии. В качестве материала образца для изучения плотной плазмы был выбран свинец по той причине, что образцы нужной толщины и качества для наших экспериментов (отрезки фольг) можно было изготавливать в лаборатории. В этом случае фольги нужно было делать достаточно тонкими (9–15 мкм). Это необходимо для того, чтобы нагрев образца оставался однородным, а его тепловое расширение — одномерным и при больших значениях объема. Для этого требуется выполнение двух условий: толщина образца должна быть малой по сравнению с его шириной и длиной (которые для этих экспериментов составляли около 10 мм), а скорость вещества должна быть малой по сравнению со скоростью звука. Поскольку время измерений для таких экспериментов составляет около 1 мкс и фактически определяется геометрическими размерами пластин оконного материала, получение больших приращений толщины образца за это время, при относительно малых значениях скорости, накладывает ограничение сверху на его исходную толщину. Свинец был выбран еще и по той причине, что для него были ранее получены экспериментальные данные по свойствам жидкого состояния [9, 13], и это позволило более точно оценить погрешности настоящих измерений.

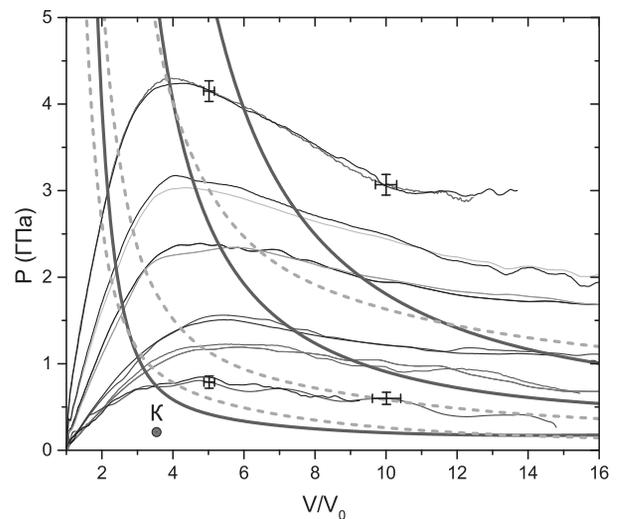
Для контроля одномерности теплового расширения образца при больших значениях объема, в настоящих экспериментах использовались одновременно два интерферометра. Схема поперечного сечения образца и расположение интерферометров показаны на рис. 1. Пучок лучей одного интерферометра (IntC) отражался от центральной части поверхности образца, а пятно второго интерферометра (IntS) было сдвинуто в сторону на 2–3 мм. В этих экспериментах использовались пластины оконного материала размером  $5 \times 10 \times 10 \text{ мм}^3$ . Склеенная экспериментальная сборка, состоящая из пластин оконного материала, образца и боковых пластин технического стекла, представляла собой прямоугольный параллелепипед, два ребра которого имели длину около 10 мм, а третье (которое параллельно оси  $y$  на рис. 1) — 16 мм. Во всех экспериментах ширина и длина образца были равны соответственно ширине и длине пластин оконного материала. Такая сборка позволяла поддерживать практически одномерную деформацию пластин оконного материала в течение



**Рис. 1.** (В цвете онлайн) Схема поперечного сечения экспериментальной сборки плоскостью, перпендикулярной направлению электрического тока: пластины оконного материала (1); образец (2); боковые пластины из технического стекла (4). Показано направление лучей двух лазерных интерферометров (*IntC*, *IntS*), а также диэлектрическое зеркало (3), от которого отражаются лучи интерферометров (зеркало нанесено на поверхность пластины)

времени  $t \leq 2D/c_l$ , где  $D$  — толщина пластин, а  $c_l$  — продольная скорость звука в оконном материале. Настоящие эксперименты показали, что относительная разница между смещениями поверхности образца, которые были измерены двумя интерферометрами, не превышала 2% вплоть до максимальных значений объема образца.

Область состояний на плоскости  $VP$ , для которой были выполнены измерения термодинамических функций и удельного сопротивления сверхкритического флюида свинца, показана на рис. 2. Ранее было обнаружено, что при нагреве жидкого свинца под давлением 0.5–4 ГПа он испытывает переход металл–неметалл вблизи значения относительного объема  $V/V_0 \approx 4$ , которое практически совпадает со значением критического объема перехода жидкость–газ [10, 13]. На рис. 2 отмечена эта критическая точка. Как видно на рисунке, для сверхкритических значений объема измерения были проведены при сверхкритических давлениях а, значит, и сверхкритических температурах. Видно также, что исследованная в этой работе область состояний существенно расширена по сравнению с работой [9], в которой были получены данные для интервала объемов  $V/V_0 \leq 5$ . Чтобы более детально охарактеризовать квазистатические процессы, при которых проводились измерения в настоящих экспериментах, на рис. 2 показаны три изэнтропы, полу-



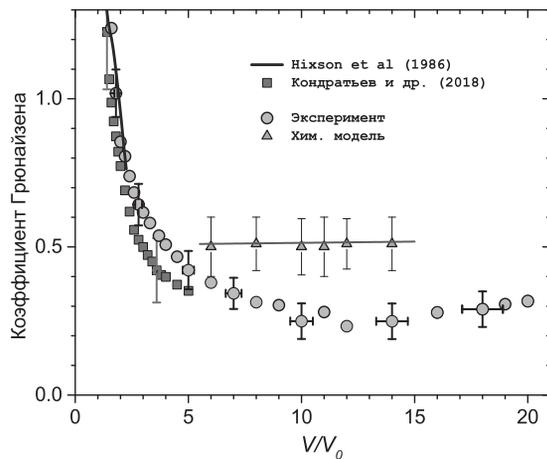
**Рис. 2.** (В цвете онлайн) Область состояний на плоскости  $VP$ , для которой были выполнены измерения термодинамических функций и удельного сопротивления флюида свинца. Семейство линий, которые выходят из нормального состояния, — квазистатические процессы, при которых проводились измерения. Критическая точка ( $K$ ) и изэнтропы (три толстые сплошные серые линии) получены с помощью УРС из работы [13]. Штриховые серые линии — изотермы  $T = 20, 30, 50$  кК, УРС из работы [11]. Крестиками показаны погрешности измерений

ченные с помощью УРС из работы [13]. Для этого УРС характеристические функции определялись на основании всего набора экспериментальных данных по свинцу, включая данные этой работы. На рис. 2 показаны также три изотермы интерполяционного УРС [11]. Как видно на рисунке, в области сверхкритических объемов для экспериментов с давлением  $P < 1$  ГПа эти процессы близки к изотермическим, а для экспериментов с давлением  $P > 1$  ГПа — к изобарическим.

Представленные в этой работе экспериментальные данные были получены на основании обработки результатов 17 экспериментов. Примерно в половине экспериментов в качестве оконного материала использовался сапфир (монокристаллы сапфира, в которых кристаллографическая ось  $c$  была направлена вдоль оси  $x$  на рис. 1), а в остальных — кварцевое стекло.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ

На рис. 3 представлены полученные в этой работе результаты измерений зависимости коэффициента Грюнайзена от относительного объема. Эти ре-



**Рис. 3.** (В цвете онлайн) Коэффициент Грюнайзена флюида свинца как функция относительного объема. Полученные в этой работе экспериментальные данные (зеленые кружки) сравниваются с результатами измерений из работ [9] (красные квадраты) и [19] (синяя линия), а также с результатами расчетов по ХМП (серые треугольники и аппроксимирующая эти значения прямая линия). Для экспериментов крестики указывают ошибки измерений, а для модели — диапазон изменения коэффициента Грюнайзена для определенного значения относительного объема

зультаты сравниваются с экспериментальными данными работ [9] и [19], а также с результатами расчетов для ХМП. Коэффициент Грюнайзена, который обозначим как  $\gamma$ , определяется формулой

$$\gamma = \left( \frac{\partial PV}{\partial E} \right)_V. \quad (3)$$

Значение коэффициента Грюнайзена для определенного значения удельного объема находилось путем линейной аппроксимации всех пар значений  $PV, E$ , полученных для этого значения объема во всех экспериментах настоящей работы. При этом проверялось, что именно линейная аппроксимация (а не многочлен более высокой степени) является наиболее точной.

Из рис. 3 следует, что в интервале объемов  $V/V_0 = 6-14$  наша модель предсказывает практически постоянное значение коэффициента Грюнайзена, близкое к значению  $2/3$ , которое этот коэффициент принимает для одноатомного идеального газа постоянного состава. При этом рассчитанные с помощью ХМП значения (которые определялись для тех же диапазонов значений энергии и давления, что и в эксперименте) в интервале  $V/V_0 = 10-14$  почти в два раза превышают измеренные значения. Как видно на рис. 3, разница между рассчитанными и измеренными значениями минимальна при объемах  $V/V_0 =$

5–6, для которых наша ХМП, строго говоря, неприменима.

Уменьшение коэффициента Грюнайзена до значений, меньших  $2/3$ , можно объяснить наличием сильного взаимодействия между заряженными частицами плазмы и ионизацией (изменением состава). Покажем, что для плазмы с сильным кулоновским взаимодействием должно выполняться неравенство  $\gamma < 2/3$ . Для простоты будем предполагать, что плазма полностью ионизована. Используя выражение для свободной энергии слабонеидеальной классической плазмы [20], находим

$$\gamma = \frac{2}{3} - \frac{\sqrt{2\pi}}{9} \Gamma^{3/2}, \quad (4)$$

откуда следует, что в этом случае действительно выполняется неравенство  $\gamma < 2/3$ . Эта формула получена для слабонеидеальной плазмы ( $\Gamma \ll 1$ ), но если ее использовать для оценки коэффициента Грюнайзена при значениях  $\Gamma \approx 1$ , то получим значения  $\gamma \approx 0.3$ . Следовательно, можно ожидать, что сильное электростатическое взаимодействие между частицами плазмы приводит к уменьшению коэффициента Грюнайзена до наблюдаемых значений.

Покажем теперь, что для плазмы, в которой происходит ионизация, коэффициент Грюнайзена тоже становится меньше, чем  $2/3$ . Для простоты рассмотрим идеальную плазму при температурах, когда происходит только однократная ионизация атомов. В этом случае формулы для давления и удельной внутренней энергии плазмы примут относительно простой вид:

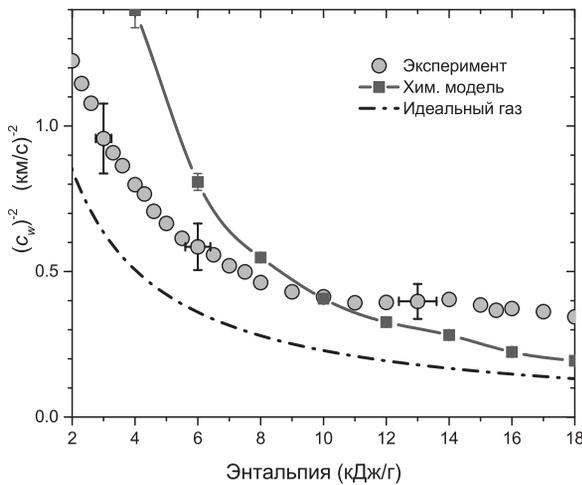
$$PV = \frac{R}{A} [1 + \alpha(T)] T, \quad (5)$$

$$E = \frac{3}{2} PV + \frac{N_A}{A} I_1 \alpha(T), \quad (6)$$

где  $R$  — газовая постоянная,  $A$  — молярная масса газа,  $N_A$  — число Авогадро,  $I_1$  — первый потенциал ионизации,  $\alpha$  — степень ионизации газа. Степень ионизации определяется согласно соотношению  $\alpha = n_e/n_n$ , где  $n_n$  — полное количество атомов в единице объема (т.е. сумма ионизованных и нейтральных атомов). Подставляя выражения (5), (6) в формулу (3), для коэффициента Грюнайзена получим

$$\gamma = \left[ \frac{3}{2} + \frac{I_1}{k} \left( \frac{\partial \alpha}{\partial T} \right)_V \right]^{-1}. \quad (7)$$

Поскольку степень ионизации растет с ростом температуры при постоянном объеме, второе слагаемое в скобках всегда положительно, а следовательно,  $\gamma$



**Рис. 4.** (В цвете онлайн) Изоэнтальпическая сжимаемость сверхкритического флюида свинца как функция удельной энтальпии. Зеленые кружки – эксперимент, сплошная серая линия со значками — ХМП, штрихпунктирная черная линия — зависимость, рассчитанная для идеального газа. Для экспериментов крестики указывают ошибки измерений, а для модели — диапазон изменения изоэнтальпической сжимаемости при определенном значении энтальпии

$< 2/3$ . Таким образом, ионизация тоже приводит к уменьшению коэффициента Грюнайзена по отношению к значению  $2/3$ . Следует отметить, что при выводе формулы (7) мы пренебрегли вкладом в энергию, который вносят возбуждения атомов, предполагая, что ионизация идет с основного состояния атома. Однако если такой вклад учесть, то заранее очевидно, что он тоже приведет к уменьшению коэффициента Грюнайзена.

Таким образом, тот факт, что измеренные нами значения коэффициента Грюнайзена существенно ниже, чем  $2/3$ , может говорить как о сильном взаимодействии между частицами плазмы свинца, так и о процессе развитой ионизации. Поскольку для точного вычисления степени ионизации такой плазмы необходимо правильно описывать влияние взаимодействия между частицами на снижение потенциала ионизации, на сдвиги электронных уровней в атомах и на вероятности переходов электронов между атомами, эта задача не может быть решена в рамках ХМП. Интерпретация наблюдаемого здесь поведения коэффициента Грюнайзена плотной плазмы, которая следует из весьма общих соображений, будет дана в следующем разделе.

Рассмотрим еще одну термодинамическую величину, которая непосредственно определяется по результатам настоящих экспериментов и характеризу-

ет механические свойства плазмы. Речь идет о частной производной плотности по давлению при фиксированной энтальпии:  $(\partial\rho/\partial P)_W$ , где  $\rho = V^{-1}$  есть плотность, а буквой  $W$  будем обозначать удельную энтальпию. Эту производную, будем называть ее изоэнтальпической сжимаемостью, удобно выразить через изоэнтальпическую скорость звука  $c_w$ , которую определим согласно формуле

$$c_w^2 = \left( \frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_W. \tag{8}$$

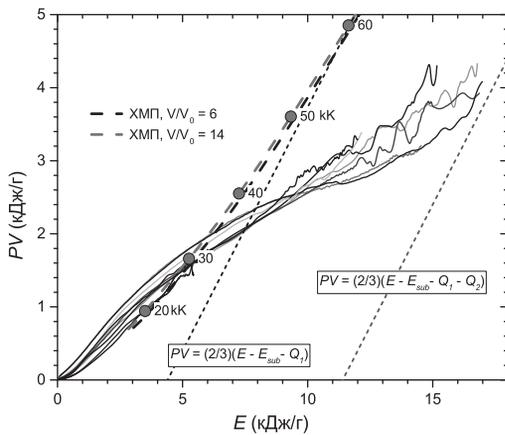
Обычная скорость звука  $c_s$  (изоэнтропическая) связана с  $c_w$  соотношением

$$c_s = (\gamma + 1)^{1/2} c_w. \tag{9}$$

На рис. 4 представлена зависимость изоэнтальпической сжимаемости сверхкритического флюида свинца от удельной энтальпии. Как видно на рис. 4, с точностью до погрешности измерений эта величина является функцией одной переменной — энтальпии и, следовательно, практически не зависит от давления. Рассчитанные с помощью ХМП значения тоже хорошо ложатся на одну линию. Однако значения сжимаемости, полученные с помощью модели, существенно отличаются от результатов измерений: при малых значениях энтальпии эти значения почти в два раза выше измеренных значений, а при значениях энтальпии 16–18 кДж/г они почти в два раза ниже. Заметим, что в интервале  $W > 14$  кДж/г рассчитанные значения сжимаемости близки к значениям для идеального газа (при этом энтальпия газа отсчитывается от нормального состояния твердого тела).

Тот факт, что ХМП предсказывает существенно большую сжимаемость при малых значениях энтальпии, которые для этих экспериментов соответствуют малым значениям удельного объема, объясняется, по-видимому, тем, что в этой модели ионы точечные и отталкивание, связанное с их конечным размером, отсутствует. Укажем, что значение энтальпии 5 кДж/г достигалось в этих экспериментах при объемах  $V/V_0 = 4-8$ . Относительно малые значения изоэнтальпической сжимаемости, которые дает ХМП при больших значениях энтальпии, объясняются тем обстоятельством, что, как будет показано ниже, эта модель почти в два раза завышает температуру плазмы.

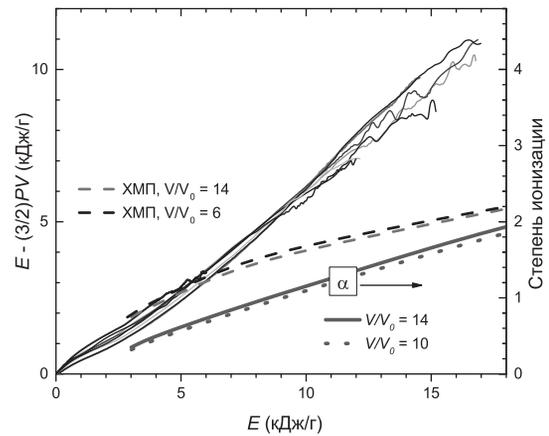
Для более детального сравнения результатов измерений с предсказаниями ХМП, на рис. 5 представлены зависимости величины  $PV$  от удельной внутренней энергии  $E$ . Чтобы не загромождать рисунок,



**Рис. 5.** (В цвете онлайн) Измеренные зависимости величины  $PV$  от  $E$  (тонкие сплошные линии, которые выходят из начала координат) сравниваются с зависимостями, рассчитанными с помощью ХМП для двух изохор (толстая черная и красная штриховые линии), красными кружками отмечены рассчитанные значения температуры (в кК) на изохоре  $V/V_0 = 14$ . Тонкие штриховые линии показывают зависимости для однократно ( $\alpha = 1$ ) и двукратно ( $\alpha = 2$ ) ионизованного идеального газа свинца постоянно-го состава

показаны результаты для небольшой группы экспериментов, в которых были достигнуты максимальные значения удельного объема и внутренней энергии. На рис. 5 видно, что существенное отклонение рассчитанных зависимостей от измеренных начинается при значениях энергии 6–7 кДж/г. При больших значениях энергии рассчитанные зависимости становятся близкими к зависимости для однократно ионизованного идеального газа. Укажем для справки значения удельной энергии однократной, двукратной и трехкратной ионизации идеального газа атомов свинца:  $Q_1 = 3.44$  кДж/г,  $Q_2 = 6.97$  кДж/г и  $Q_3 = 14.8$  кДж/г [21]. Используя значение энергии сублимации свинца  $E_{sub} = 0.942$  кДж/г [22], для внутренней энергии однократно ионизованного идеального газа свинца с температурой  $T = 10 - 30$  кК получим значения энергии  $E = 6 - 8$  кДж/г. Эта оценка показывает, что рассчитанные зависимости начинают отклоняться от измеренных тогда, когда начинается двукратная ионизация атомов, и может показаться, что степень ионизации, которую предсказывает модель, не превышает единицы. Однако это не так.

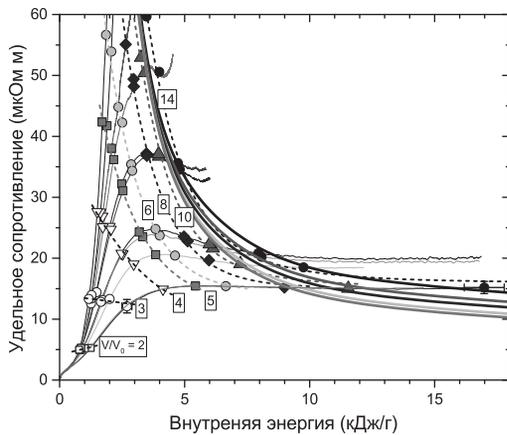
Степень ионизации как функция удельной внутренней энергии плазмы, рассчитанная с помощью ХМП для изохор  $V/V_0 = 6$ ,  $V/V_0 = 14$ , показана на рис. 6. Видно, что она монотонно растет и



**Рис. 6.** (В цвете онлайн) Измеренные зависимости величины  $E - (3/2)PV$  от удельной внутренней энергии  $E$  (тонкие линии, которые выходят из начала координат) сравниваются с вычисленными с помощью ХМП зависимостями для двух изохор (две толстые штриховые линии). Вычисленные с помощью ХМП зависимости степени ионизации плазмы на двух изохорах показаны серой сплошной и серой пунктирной линиями

достигает значения 1.9. На рисунке представлена также зависимость величины  $E - (3/2)PV$  от значений внутренней энергии плазмы. Для классической плазмы эта величина равна энергии, которая идет на ионизацию, поскольку величина  $(3/2)PV$  есть средняя кинетическая энергия классической системы частиц. Как следует из рис. 6, в интервале энергий 17–18 кДж/г рассчитанные значения величины  $E - (3/2)PV$  составляют около 5 кДж/г, что в два раза меньше измеренных значений. Таким образом, ХМП предсказывает почти в два раза меньшие затраты энергии на ионизацию плазмы по сравнению со значениями, полученными в эксперименте. Отсюда следует, что значения температуры плазмы, которые дает эта модель, могут быть сильно завышены.

Для обнаружения эффектов неидеальности плазмы весьма важным является изучение поведения электропроводности [17, 18]. На рис. 7 представлены измеренные в этой работе зависимости удельного сопротивления флюида свинца от удельной внутренней энергии. Приведены также полученные на основании этих экспериментальных данных зависимости удельного сопротивления на изохорах. На рисунке хорошо виден характерный ход изохор вблизи перехода металл–неметалл [10]. Этот переход проявляется в том, что вблизи значения объема  $V/V_0 = 2.7$  температурный коэффициент сопротивления меняет знак с положительного на отрицательный и металл переходит



**Рис. 7.** (В цвете онлайн) Удельное сопротивление свинца как функция удельной внутренней энергии. Тонкие сплошные линии, выходящие из нормального состояния, — зависимости, измеренные в экспериментах этой работы (они обозначены теми же цветами, что и линии этих экспериментов на рис. 2), значки — значения удельного сопротивления на изохорах, полученные в этих экспериментах, тонкие пунктирные линии — аппроксимации этих изохор, толстые сплошные линии — изохоры  $V/V_0 = 5, 6, 8, 10, 14$ , рассчитанные с помощью ХМП (обозначены теми же цветами, что и соответствующие экспериментальные изохоры)

в сильнокоррелированное металлическое состояние. Когда удельный объем становится больше значения  $V/V_0 \approx 4$ , этот коэффициент, будучи отрицательным, начинает быстро расти по абсолютной величине с увеличением объема. Оценка критической плотности перехода металл–неметалл для сверхкритического флюида свинца была сделана на основании анализа «холодной кривой», т. е. не зависящей от температуры части внутренней энергии [10]. Как следует из рис. 7, в плазменном состоянии ( $V/V_0 > 4$ ) удельное сопротивление на изохорах монотонно убывает с ростом энергии. Обращает на себя внимание то, что рассчитанные с помощью ХМП зависимости в интервале энергий  $E < 5$  кДж/г практически сливаются в одну линию, чего не наблюдается в эксперименте. Заметим также, что при значениях энергии  $E > 10$  кДж/г наклоны измеренных изохор существенно меньше чем те, которые демонстрирует модель. Экспериментальные изохоры удельного сопротивления в этом интервале энергий становятся почти горизонтальными. С увеличением относительного объема согласие между измеренными зависимостями и рассчитанными улучшается. Отметим, что расчет удельного сопротивления плазмы свинца для

объемов  $V/V_0 = 10 - 20$  на изотерме  $T = 20$  кК [23] дает значения удельного сопротивления в интервале  $50 - 100$  мкОм·м, которые согласуются с результатами наших расчетов.

Результаты наших измерений давления, удельной внутренней энергии и удельного сопротивления сверхкритического флюида свинца для семейства из семи изохор, представлены в табл. 1 и 2.

#### 4. ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Как следует из рис. 5, наша ХМП предсказывает довольно большие значения температуры плазмы. Ввиду столь высоких температур возникает вопрос об оценке погрешности настоящих измерений, связанной с потерями энергии на тепловое излучение. Для плазмы свинца плотностью  $0.5-2.0$  г/см<sup>3</sup> с температурой 1–5 эВ длина свободного пробега фотонов (усредненная по Росселанду) составляет  $\sim 10^{-6}$  см [24, 25], что гораздо меньше толщины образца плазмы в наших экспериментах. Отсюда следует, что эта плазма непрозрачная и тепловое излучение выходит из тонкого слоя вблизи поверхности. Если оценить потери на излучение сверху, предполагая, что температура образца растет так, как предсказывает модель, а его поверхность излучает, как абсолютно черное тело, и вся энергия излучения теряется образцом, то оказывается, что даже для экспериментов с максимальными значениями давления эти потери не превышают 10% от энергии образца вплоть до значения энергии 10 кДж/г. Однако, как видно на рис. 6, при этом значении энергии разница между измеренными и вычисленными значениями величины  $PV$  достигает 50% и, следовательно, эту разницу нельзя объяснить потерями энергии на тепловое излучение.

Укажем также, что настоящие эксперименты проводились с образцами, исходная толщина которых различалась в разных экспериментах почти в 3 раза, а в качестве оконного материала использовались сапфир и кварцевое стекло, оптические свойства которых существенно отличаются друг от друга, и поэтому потери энергии на излучение в разных экспериментах, если бы они были заметными, были бы разными. Однако данные, полученные в различных экспериментах, хорошо согласуются друг с другом. Кроме того, измерения объема образца и давления, на точность которых тепловое излучение не влияет, демонстрируют достаточно плавные и монотонные зависимости давления от объема, которые

Таблица 1. Измеренные в этой работе значения давления  $P$  (ГПа), удельной внутренней энергии  $E$  (кДж/г) и удельного сопротивления  $\sigma^{-1}$  (мкОм·м) сверхкритического флюида свинца на изохорах  $V/V_0 = 5, 6, 8, 10, 12, 14, 18$

$V/V_0$	$P$	$E$	$\sigma^{-1}$	$V/V_0$	$P$	$E$	$\sigma^{-1}$
5	4.16	5.44	15.43	10	3.05	11.55	15.01
5	4.16	5.42	15.38	10	3.07	11.37	15.07
5	3.00	3.84	20.56	10	2.44	7.23	19.06
5	2.32	3.33	23.50	10	1.98	6.13	21.61
5	2.45	3.18	24.28	10	1.98	6.00	22.29
5	2.39	3.34	23.47	10	1.98	6.01	22.31
5	2.37	3.20	23.92	10	1.93	5.88	21.82
5	1.49	2.48	32.15	10	1.93	5.69	23.19
5	1.38	2.54	31.04	10	1.22	3.98	37.67
5	2.36	3.28	23.78	10	1.21	3.96	37.06
5	1.16	2.06	33.78	10	1.03	3.40	50.37
5	1.08	2.08	37.22	10	0.91	3.04	58.98
5	1.21	2.16	36.17	10	0.96	3.26	52.91
5	1.25	2.15	35.95	10	1.00	3.24	50.47
5	0.79	1.84	44.66	10	0.60	2.33	97.96
5	0.84	1.90	41.71	12	2.97	14.22	15.02
5	0.82	1.70	42.32	12	2.92	13.95	15.06
6	3.94	6.65	15.40	12	2.23	8.48	18.63
6	3.98	6.59	15.36	12	1.83	7.12	20.79
6	2.91	4.61	20.43	12	1.85	6.98	21.49
6	2.34	4.00	23.72	12	1.85	6.93	21.25
6	2.36	3.83	24.79	12	1.79	6.81	21.10
6	2.34	3.96	23.85	12	1.79	6.45	22.34
6	2.32	3.85	23.89	12	1.12	4.42	35.55
6	2.28	3.87	24.18	12	1.14	4.38	36.34
6	1.49	2.86	35.40	12	0.92	3.69	51.47
6	1.40	2.90	34.35	12	0.80	3.18	62.81
6	1.19	2.40	41.20	12	0.94	3.38	57.21
6	1.09	2.38	44.45	12	0.79	3.51	51.29
6	1.22	2.51	42.25	12	0.39	2.41	114.37
6	1.21	2.49	41.59	14	2.17	9.91	18.55
6	0.68	2.02	56.85	14	2.13	9.75	18.47
6	0.76	2.07	53.91	14	1.78	8.08	20.21
6	0.75	1.86	56.64	14	1.75	7.95	20.81

Таблица 2. Продолжение Таблицы 1

$V/V_0$	$P$	$E$	$\sigma^{-1}$	$V/V_0$	$P$	$E$	$\sigma^{-1}$
8	3.54	8.99	15.18	14	1.74	7.84	21.03
8	3.50	8.88	15.22	14	1.72	7.73	20.54
8	2.65	5.97	19.65	14	1.73	7.15	21.95
8	2.15	5.12	22.77	14	1.11	4.81	34.51
8	2.13	4.97	23.53	14	1.13	4.73	35.60
8	2.13	5.04	23.39	14	0.74	3.99	50.57
8	2.17	4.90	22.83	14	0.67	3.27	65.90
8	2.10	4.86	23.31	14	0.79	3.48	59.63
8	1.33	3.47	37.17	14	0.40	2.48	129.89
8	1.32	3.49	36.78	18	2.14	12.16	18.45
8	1.11	2.97	48.15	18	1.67	10.02	19.56
8	0.98	2.78	53.68	18	1.60	9.90	20.12
8	1.07	2.96	49.35	18	1.64	9.67	20.00
8	1.16	2.99	46.80	18	1.67	9.39	20.28
8	0.63	2.21	78.17	18	1.02	5.49	32.82
8	0.63	2.29	75.48	18	1.06	5.29	34.74
8	0.70	2.06	82.64	18	0.55	4.36	50.63

выходят практически на постоянные значения давления при больших значениях объема образца. Если бы потери на тепловое излучение были существенны, то ввиду резкой зависимости интенсивности теплового излучения от температуры можно ожидать более или менее резкого уменьшения давления в образце.

Таким образом, наша ХМП предсказывает существенно меньшие затраты энергии на ионизацию и возбуждение атомов, чем значения, полученные в эксперименте. Отсюда следует, что модель завышает температуру плазмы (для заданных значений  $V$  и  $E$ ). Как видно на рис. 5, при значении энергии 12 кДж/г рассчитанные значения величины  $PV$  примерно в 1.7 раза больше, чем измеренные. Если предположить, что во столько же раз завышена кинетическая энергия частиц плазмы, которая пропорциональна  $(1 + \alpha)T$ , а также учесть, что степень ионизации для нашей модели практически не зависит от плотности и растет с ростом температуры примерно по линейному закону (см. рис. 6), то вместо значения температуры 60 кК, которое предсказывает модель, мы получим 40 кК. Если уменьшить значения температуры плазмы в 1.7 раза (по отношению к значениям, которые дает модель), то

максимальные потери энергии на излучение не превысят 5% вплоть до максимальных измеренных значений энергии. Разумеется, эта оценка температуры не может претендовать на большую точность, однако она согласуется с результатами настоящих экспериментов, в которых не обнаружено заметных потерь энергии.

Имеется еще одно экспериментальное подтверждение правильности этого заключения. Как следует из рис. 4, в интервале энтальпий  $W > 8 \text{ кДж/г}$  (которые соответствуют интервалу энергии  $E > 6 \text{ кДж/г}$ ), зависимость изоэнтальпической сжимаемости от удельной энтальпии становится очень пологой. С другой стороны, потери энергии на излучение не могут влиять на эту зависимость, поскольку они не влияют на измерения плотности и давления, а сжимаемость практически не зависит от энтальпии. Поскольку рассчитанные значения сжимаемости для этого интервала энтальпии становятся почти в два раза меньше измеренных, это определенно указывает на то, что модель дает завышенные, примерно в два раза, значения температуры. Отметим, что значения температур, полученные с помощью интерполяционного УРС [11], оказываются тоже завышенными.

В связи со столь существенным различием между результатами экспериментов и предсказаниями ХМП, попытаемся истолковать эти результаты на основании общих соображений, которые не связаны с какой-либо моделью. Для этого воспользуемся теоремой вириала, устанавливающей связь средней кинетической энергии системы частиц, взаимодействующих по закону Кулона, с внутренней энергией и давлением [20]:

$$K = 3PV - E, \quad (10)$$

где  $K$  — средняя кинетическая энергия системы. Отметим, что эта теорема справедлива как для классической, так и для квантовой системы частиц. Для классической системы частиц  $K = (3/2)NkT$  ( $N$  — число частиц в системе). Подставив это выражение в (10) и дифференцируя его по  $E$  при фиксированном объеме и числе частиц  $N$ , получим

$$\gamma = \frac{1}{3} + \frac{k}{2c_v}, \quad (11)$$

где  $c_v$  — теплоемкость, которая приходится на частицу. Отсюда следует, что для классической плазмы постоянного состава имеют место неравенства  $1/3 < \gamma \leq 2/3$ . Подчеркнем, что этот результат

уже не связан с предположением о слабой неидеальности плазмы, которое использовалось при выводе формулы (4).

Перейдем к случаю, когда число частиц в системе меняется вследствие ионизации. Рассмотрим плазму, состоящую из атомов, ионов и свободных электронов при температурах, когда происходит только однократная ионизация атомов. Кинетическая энергия такой системы частиц состоит не только из кинетической энергии «классических частиц», перечисленных выше, но и «квантовых» частиц — связанных электронов в атомах. Дифференцируя соотношение (10) по энергии при фиксированном объеме, получим

$$(\partial K/\partial E)_V = 3\gamma - 1. \quad (12)$$

Учтем, что приращение кинетической энергии связано не только с возрастанием кинетической энергии «классических» частиц, но и с изменением кинетической энергии электронов, которые переходят из связанных состояний в состояния свободного движения. При этом для подсистемы связанных электронов, поскольку они не дают вклада в давление, теорема вириала принимает вид

$$K_b = -E_b, \quad (13)$$

где индекс « $b$ » указывает, что величина относится к связанным электронам. Следовательно, когда электрон покидает атом и становится свободным, его кинетическая энергия уменьшается на величину энергии связи (потенциал ионизации). Очевидно, что возбуждение связанных электронов тоже приводит к уменьшению кинетической энергии системы. Поэтому полное приращение кинетической энергии равно

$$dK = d\left(\frac{3}{2}NkT\right) - I_1 dN_e - dE_{exc}, \quad (14)$$

где последний член есть вклад от возбужденных состояний. Учитывая, что  $N = N_n + N_e$ , где  $N_n$  есть полное количество атомов, после несложных преобразований получим

$$\left(\frac{\partial K}{\partial E}\right)_V = \frac{N_n}{C_V} \left[\frac{3}{2}k(1+\alpha)\right] - \frac{N_n}{C_V} \left(I_1 - \frac{3}{2}kT\right) \left(\frac{\partial \alpha}{\partial T}\right)_V - \frac{1}{C_V} \left(\frac{\partial E_{exc}}{\partial T}\right)_V, \quad (15)$$

где  $C_V = (\partial E/\partial T)_V$  — теплоемкость плазмы, а степень ионизации  $\alpha = N_e/N_n$ . Из соотношения (15) следует, что производная  $(\partial K/\partial E)_V$  может обращаться в нуль и даже становиться отрицательной,

если второе и третье слагаемые в сумме оказываются больше, чем первое слагаемое.

Согласно соотношению (12), знак производной  $(\partial K/\partial E)_V$  определяется только величиной коэффициента Грюнайзена. Следовательно, тот факт, что значения коэффициента Грюнайзена становятся меньше, чем 1/3, говорит о существенном влиянии на термодинамические свойства плазмы процессов ионизации и возбуждения связанных электронов. Изучение этого вопроса для плотной плазмы сопряжено с трудностями разделения электронов на свободные и связанные, а также с учетом влияния взаимодействия между частицами плазмы на их энергетический спектр [26].

В связи с этим представляет интерес сравнить измеренные зависимости кинетической энергии плазмы от величины внутренней энергии с предсказаниями ХМП. В формуле (10) энергия отсчитывается от состояния, в котором все частицы системы удалены на бесконечность (и находятся там в покое). В эксперименте энергия отсчитывается от нормального состояния твердого тела. Для того чтобы выразить кинетическую энергию через измеряемые величины, заметим, что соотношение (10) должно выполняться и для состояния  $T = 0, P = 0$ , для которого оно принимает вид

$$K_0 = -E_0, \tag{16}$$

где индекс «0» обозначает состояние при  $T = 0, P = 0$ . Вычитая равенство (16) из (10), получим

$$K - K_0 = 3PV - (E - E_0). \tag{17}$$

Если пренебречь разницей между энергией в нормальном состоянии и в состоянии  $T = 0, P = 0$ , то величина  $E - E_0$  в правой части (17) будет представлять собой энергию, измеряемую в эксперименте; ниже мы будем по-прежнему обозначать ее буквой  $E$ .

На рис. 8 представлено сравнение измеренных и вычисленных с помощью ХМП зависимостей величины  $K - K_0$  от энергии  $E$ , отсчитываемой от нормального состояния. Тот факт, что кинетическая энергия системы практически не меняется в интервале  $E \leq 6$  кДж/г означает, что рост кинетической энергии атомов и свободных электронов компенсируется уменьшением кинетической энергии связанных электронов, которые переходят в возбужденные связанные состояния или в состояния свободного движения. Уменьшение же кинетической энергии с ростом внутренней энергии в интервале  $E > 6$  кДж/г говорит о том, что здесь доминирует вклад от ионизации и возбуждений связанных

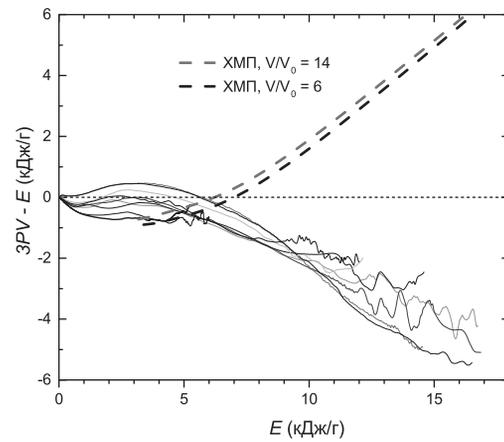


Рис. 8. (В цвете онлайн) Изменение средней кинетической энергии флюида свинца относительно нормального состояния как функция внутренней энергии. Тонкие сплошные линии, которые выходят из начала координат, — зависимости, измеренные в настоящих экспериментах, две толстые штриховые линии — зависимости, вычисленные с помощью ХМП для двух изохор

электронов. Большая разница между рассчитанными и измеренными значениями кинетической энергии плазмы говорит о том, что затраты энергии на ионизацию плазмы и возбуждение связанных электронов для нашей ХМП сильно занижены. Следовательно, можно утверждать, что причина расхождения между результатами модели и эксперимента состоит в недостаточно точном описании связанных состояний. Этот факт отчасти подтверждает вывод о несостоятельности классического описания невырожденной плотной плазмы [27].

Отметим, что значения коэффициента Грюнайзена для металлов и силикатов при давлениях 10–100 ГПа и температурах  $T \leq 50$  кК оценивались в экспериментах по ударному сжатию пористых образцов [28]. Для металлов были получены значения  $\gamma = 0.6-0.7$ , а для силикатов коэффициент Грюнайзена обращался в нуль и даже становился отрицательным. Эта аномалия была истолкована авторами как следствие перехода вещества в аморфное состояние и частичной диссоциации молекул  $\text{SiO}_2$ . Такое поведение может быть связано также с размытыми структурными превращениями в жидком состоянии [29].

Остановимся в заключение на поведении удельного сопротивления плазмы свинца. Как известно, одним из теоретически предсказанных эффектов неидеальности плазмы является снижение потенциалов ионизации. Как правило, этот эффект приводит к росту степени ионизации, а с ней и

электропроводности плазмы, и такое увеличение степени ионизации с увеличением плотности иногда называют ионизацией давлением. Этот эффект проявляется в том, что на изотермах удельное сопротивление убывает при уменьшении удельного объема. Теоретические модели предсказывают наличие максимумов на изотермах удельного сопротивления [14, 23, 30], которые отделяют область сильно-неидеальной плазмы от слабонеидеальной. Согласно работе [23], для свинца максимумы на изотермах удельного сопротивления  $T = 10$  кК,  $T = 20$  кК находятся в интервале объемов  $V/V_0 = 10$ –20. Результаты наших экспериментов показывают, что во всей исследованной области состояний для плазмы свинца выполняется неравенство  $(\partial\sigma^{-1}/\partial V)_T > 0$ , где  $\sigma^{-1}$  — удельное сопротивление ( $\sigma$  — электропроводность). Кратко поясним, откуда следует это утверждение.

Прежде всего заметим, что как видно на рис. 2, в интервале объемов  $V/V_0 = 4$ –6 для всех представленных экспериментов давление достигало максимума, т. е. в этом интервале нагрев был близок к изобарическому и, следовательно, температура росла с увеличением объема. На рис. 7 видно, что в этом интервале объемов удельное сопротивление растет либо остается постоянным при увеличении энергии. Но поскольку полная производная удельного сопротивления по объему для некоторого квазистатического процесса на плоскости  $VT$  может быть представлена в виде

$$\frac{d\sigma^{-1}}{dV} = \left(\frac{\partial\sigma^{-1}}{\partial T}\right)_V \frac{dT}{dV} + \left(\frac{\partial\sigma^{-1}}{\partial V}\right)_T,$$

а производная  $(\partial\sigma^{-1}/\partial T)_V < 0$  (как видно на рис. 7), отсюда следует, что  $(\partial\sigma^{-1}/\partial V)_T > 0$ . Для экспериментов с давлением 1–2 ГПа (см. рис. 2), для которых процесс нагрева образца в интервале объемов  $V/V_0 = 8$ –16 был близок к изобарическому, а удельное сопротивление при этом практически не менялось (см. рис. 7), мы приходим к такому же заключению. Можно показать, что это справедливо для всей исследованной нами области состояний плазмы, но мы не будем останавливаться здесь на этом. Таким образом, для плотной плазмы свинца, которая изучалась в этой работе, «ионизация давлением» играет существенную роль.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получены экспериментальные данные по термодинамическим свойствам и удельному сопротивлению плотной плазмы свинца для широкой области

состояний на плоскости  $VP$ . Проведено сравнение результатов измерений с предсказаниями химической модели классической плазмы. Показано, что химическая модель почти в два раза занижает затраты энергии на ионизацию плазмы и возбуждение атомов. Приводятся соображения, поясняющие, что причина этого заключается в недостаточно точном описании связанных состояний. Показано, что измерения калорических свойств плотной плазмы совместно с использованием теоремы вириала позволяет установить, насколько правильно теория описывает разделение энергии системы на кинетическую и потенциальную. Показано также, что для изучаемой здесь плотной плазмы свинца эффект «ионизации давлением» играет существенную роль — на изотермах удельное сопротивление уменьшается с уменьшением удельного объема.

**Благодарности.** Авторы выражают искреннюю благодарность А. С. Шумихину, прочитавшему рукопись статьи и сделавшему несколько ценных замечаний.

## ЛИТЕРАТУРА

1. A. W. DeSilva and A. D. Rakhel, *Contrib. Plasma Phys.* **45**, 236 (2005).
2. A. W. DeSilva and G. B. Vunni, *Phys. Rev. E* **83**, 037402 (2011).
3. J. Cl erouin, P. Noiret, P. Blottiau et al., *Phys. Plasmas* **19**, 082702 (2012).
4. P. Renaudin, C. Blancard, J. Cl erouin et al., *Phys. Rev. Lett.* **91**, 075002 (2003).
5. A. W. DeSilva and A. D. Rakhel, *Int. J. Thermophys.* **26**, 1137 (2005).
6. J. Cl erouin, P. Noiret, V.N. Korobenko, and A. D. Rakhel, *Phys. Rev. B* **78**, 224203 (2008).
7. V. N. Korobenko and A. D. Rakhel, *Phys. Rev. B* **88**, 134203 (2013).
8. V. N. Korobenko and A. D. Rakhel, *Phys. Rev. B* **75**, 064208 (2007).
9. А. М. Кондратьев, В. Н. Коробенко, А. Д. Рахель, *ЖЭТФ* **154**, 1168 (2018).
10. А. М. Kondratyev, V.N. Korobenko, and A. D. Rakhel, *J. Phys.: Condens. Matter* **19**, 195601 (2022).

11. Л. В. Альтшулер, А. В. Бушман, М. В. Жерноклетов и др., ЖЭТФ **78**, 741 (1980) [L. V. Al'tshuler, A. V. Bushman, M. V. Zhernokletov et al., Sov. Phys. JETP **51**, 373 (1980)].
12. A. D. Rakhel, J. Phys.: Condens. Matter **20**, 295602 (2018).
13. A. M. Kondratyev and A. D. Rakhel, Phys. Rev. B **107**, 195134 (2023).
14. E. M. Apfelbaum, Contrib. Plasma Phys. **59**, e201800148 (2019).
15. E. M. Apfelbaum, Contrib. Plasma Phys. **61**, e202100063 (2021).
16. A. Yu. Potekhin, G. Chabrier, A. I. Chugunov, E. DeWitt, and F. J. Rogers, Phys. Rev. E **80**, 047401 (2009).
17. А. Л. Хомкин, А. С. Шумихин, УФН **191**, 1187 (2021).
18. V. K. Gryaznov, I. L. Iosilevskiy, and V. E. Fortov, *Thermodynamic Properties of Shock-Compressed Plasmas Based on a Chemical Picture*, in *High-Pressure Shock Compression of Solids VII: Shock Waves and Extreme States of Matter*, Springer, New York (2004), p. 437.
19. W. R. S. Hixson, M. A. Winkler, and J. W. Shaner, Physica B+C **139-140**, 893 (1986).
20. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теоретическая физика: Т. V. Статистическая физика. Ч. I. 5-е изд.* Физматлит, Москва (2002).
21. *Таблицы физических величин. Справочник*, под ред. И. К. Кикоина. Атомиздат, Москва (1976).
22. Л. В. Гурвич, И. В. Вейц, В. А. Медведев и др., *Термодинамические свойства индивидуальных веществ. Справочное издание в 4-х т.* Наука, Москва (1979).
23. A. L. Khomkin and A. S. Shumikhin, High Temp.–High Press. **49**, 143 (2020).
24. А. Ф. Никифоров, В. Г. Новиков, В. Б. Уваров, *Квантово-статистические модели высокотемпературной плазмы и методы расчета росселандовых пробегов и уравнений состояния*, Физматлит, Москва (2000).
25. G. D. Tsakiris and K. Eidmann, J. Quant. Spectr. Rad. Transfer. **38**, 353 (1987).
26. Г. Э. Норман, А. Н. Старостин, ТВТ **8**, 413 (1970).
27. Г. Э. Норман, А. Н. Старостин, ТВТ **6**, 410 (1968).
28. А. Б. Медведев, Р. Ф. Трунин, УФН **182**, 829 (2012).
29. В. В. Бражкин, УФН **182**, 847 (2012).
30. R. Redmer, Phys. Rep. **282**, 35 (1997).